

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta dell' 8 novembre 1903.

P. BLASERNA, Vicepresidente.

Il Vicepresidente BLASERNA ricorda la dolorosa perdita fatta dall'Accademia il 10 giugno scorso, dopo l'ultima seduta della Classe, nella persona del Socio nazionale senatore LUIGI CREMONA. Il Vicepresidente pronuncia affettuose parole di ricordo dell'illustre Collega, del quale una speciale commemorazione sarà fatta prossimamente; dà poscia notizia all'Accademia della morte, avvenuta durante le ferie, dei Soci stranieri EDOARDO PFLUEGER e RODOLFO LIPSCHITZ. Il sen. Blaserna dice ancora essere impossibile che nella seduta odierna della Classe di scienze fisiche non si faccia menzione della morte di TEODORO MOMMSEN; aggiunge che il Presidente sen. P. VILLARI, rendendosi interprete dei sentimenti dell'Accademia, telegrafò le condoglianze di quest'ultima alla famiglia MommSEN ed all'Accademia delle scienze di Berlino.

Il Vicepresidente, dopo aver avvertito i Soci che le comunicazioni le quali dovevano esser presentate alla seduta possono esser consegnate alla Presidenza per la inserzione negli Atti, propone infine che la seduta sia tolta in segno di lutto, e la proposta è approvata all'unanimità.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

trasmesse alla Presidenza per la seduta dell' 8 novembre 1903.

Chimica — *Le proprietà colloidali del fluoruro di calcio.*
Nota del Socio E. PATERNÒ e di A. MAZZUCHELLI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Il secondo dei problemi di riduzione per le forme differenziali di ordine pari.* Nota VII del Corrispondente ERNESTO PASCAL.

Dopo avere nella precedente Nota ⁽¹⁾ trattato della soluzione del primo problema di riduzione, passeremo in questa a trattare del secondo per il caso dell'ordine *pari*.

Premettiamo intanto alcune considerazioni su quelle espressioni già introdotte nella Nota precedente e da noi chiamate *differenziali canonici*, e ciò lo faremo sia per l'ordine *dispari* che per l'ordine *pari*.

1. *Il differenziale canonico nel caso di r dispari, e i suoi covarianti evidenti.* — Nell'introduzione della Nota precedente abbiamo detto che nel caso di *r* dispari si assume come differenziale canonico la espressione (2) quando però naturalmente essa è una forma differenziale del solito tipo fondamentale. Passiamo ora a stabilire con più precisione a quali condizioni dobbiamo sottoporre i coefficienti delle $Z^{(p)}$ che compaiono nella (2) della precedente Nota.

Essendo *r* dispari e quindi $r - 1$ pari, la espressione

$$(1) \quad -\frac{1}{2} \sum_{p=1}^{r-2} (-1)^p \binom{r-1}{p} d^{r-1-p} Z^{(p)}$$

per una formola del paragrafo 2 della Nota IV, è data da:

$$(2) \quad \sum_{p=1}^{r-1} \sum_j Z_{j_1 \dots j_p} \delta_{j_1 \dots j_p}^{(r-1)} + \frac{1}{2} \sum_{p=2}^{r-1} \sum_j [[j_1 \dots j_p]]_2 \delta_{j_1 \dots j_p}^{(r-1)}$$

⁽¹⁾ Questi Rendiconti, (5), t. XII, 1903, 2° sem., pp. 241-249.

dove è da notare che in questa espressione compariscono solo *apparentemente* le Z a $r-1$ indici, alle quali perciò potremo dare valori qualunque senza che varii la (2).

Formiamo ora il differenziale della (2) e per ciò fare adoperiamo le formole (1) della Nota III, e (21) della Nota IV. Si ha (introducendo naturalmente anche qui delle nuove quantità arbitrarie Z a r indici, dalle quali però l'espressione ottenuta è indipendente)

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} & \sum_{\rho=1}^r \sum_j Z_{j_1 \dots j_\rho} \delta_{j_1 \dots j_\rho}^{(r)} + \sum_{\rho=1}^{r-1} \sum_j ((j_1 \dots j_\rho, j_{\rho+1}))_z dx_{j_{\rho+1}} \delta_{j_1 \dots j_\rho}^{(r-1)} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\rho=2}^r \sum_j [[j_1 \dots j_\rho]]_z \delta_{j_1 \dots j_\rho}^{(r)} - \frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{r-1} \sum_j [((j_1 \dots j_\rho, j_{\rho+1}))_z + \\ & + ((j_{\rho+1}, j_1 \dots j_\rho))_z] dx_{j_{\rho+1}} \delta_{j_1 \dots j_\rho}^{(r-1)} \end{aligned} \right.$$

e le parti i cui termini non sono del tipo di quelli di una delle solite forme differenziali, si riducono a:

$$(4) \quad \frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{r-1} \sum_j [((j_1 \dots j_\rho, j_{\rho+1}))_z - ((j_{\rho+1}, j_1 \dots j_\rho))_z] dx_{j_{\rho+1}} \delta_{j_1 \dots j_\rho}^{(r-1)}.$$

Basterà quindi porre eguale a zero i coefficienti di questa espressione, e cioè:

$$(5) \quad ((j_1 \dots j_\rho, j_{\rho+1}))_z - ((j_{\rho+1}, j_1 \dots j_\rho))_z = 0$$

per qualunque ρ da 1 ad $r-1$. È da osservare però che a tutto rigore basterebbe porre le (5) sino a quelle per cui $\rho = r-2$, giacchè per $\rho = r-1$, i termini corrispondenti in (4), avendo per fattore $dx_{j_r} \delta_{j_1 \dots j_{r-1}}^{(r-1)}$ che può

sostituirsi con $\delta_{j_1 \dots j_r}^{(r)}$, sono del tipo richiesto, e quindi non è necessario che siano zero. Ma per il fatto che, come abbiamo detto, la (2) e il suo differenziale dipendono solo *apparentemente* dalle Z a $r-1$ e a r indici, il porre anche la (5) per $\rho = r-1$ non porta una nuova condizione fra le Z che *effettivamente* compaiono in (1), perchè, essendo r dispari, la (5) per $\rho = r-1$ diventa

$$\{j_1 \dots j_{r-1} j_r\}_z = 0$$

e questa la si può intendere sempre come una relazione capace di determinare volta per volta la $Z_{j_1 \dots j_r}$ che compare in essa linearmente.

Si viene dunque solo ad aggiungere, in più di quanto occorre, una speciale determinazione delle Z a r indici, dalle quali poi è, a sua volta, indi-

pendente anche il primo termine del differenziale canonico (2) della Nota precedente.

D'altra parte per la formola (16') della Nota precedente si deduce che, supposto verificate le (5) sino a $\varrho = r - 1$, sarà zero anche ogni $(j_1 \dots j_r j_{r+1})$, cioè le (5) sono soddisfatte anche per $\varrho = r$.

In generale, soddisfatte tutte le (5) sino ad un ϱ pari, saranno soddisfatte anche quelle relative a $\varrho + 1$.

Si vede così che *pel caso di r dispari, il differenziale canonico deve e può sempre esprimersi in modo che i coefficienti Z soddisfacciano a tutte le (5) per $\varrho = 1, 2, \dots r$* . Una tal forma del differenziale canonico può chiamarsi *normale*.

Una proprietà analoga vedremo che sussiste anche per il differenziale canonico di ordine pari, e da queste proprietà ne risulta poi un'altra relativa ai covarianti evidenti dei differenziali canonici.

Osserviamo infatti che le Z soddisfacendo a tutte le (5) soddisferanno anche alle

$$(6) \quad ((i_1 \dots i_v, j_1 \dots j_\mu))_Z - ((j_1 \dots j_\mu, i_1 \dots i_v))_Z = 0,$$

per quanto abbiamo dimostrato alla fine della Nota VI.

Ora dico che i covarianti evidenti del differenziale canonico

$$\frac{1}{2} \sum_{\varrho=1}^{r-1} (-1)^\varrho \binom{r}{\varrho} d^{r-\varrho} Z^{(\varrho)} - \frac{1}{2} d \sum_{\varrho=1}^{r-2} (-1)^\varrho \binom{r-1}{\varrho} d^{r-1-\varrho} Z^{(\varrho)}$$

sono le $Z^{(\varrho)}$ medesime, cioè che questa espressione è uguale a $Z^{(r)}$.

Infatti per una formola del paragrafo 2 della Nota IV, la prima parte della precedente espressione è

$$- \frac{1}{2} \sum_{\varrho=2}^r \sum_j [[j_1 \dots j_\varrho]]_Z \delta_{j_1 \dots j_\varrho}^{(r)}$$

mentre la seconda parte sviluppata nella formola (3) e tenuto conto delle (5) diventa

$$Z^{(r)} + \frac{1}{2} \sum_{\varrho=2}^r \sum_j [[j_1 \dots j_\varrho]] \delta_{j_1 \dots j_\varrho}^{(r)}$$

e sommando questa espressione colla precedente si dimostra l'assunto.

2. *Proprietà fondamentale di un differenziale canonico in quanto ai simboli a carattere invariante ad esso relativi.* — Una proprietà importante dei differenziali canonici quali li abbiamo definiti nell'introduzione della Nota VI è che: *risultano per essi tutti zero i simboli che formano*

gli elementi delle matrici:

$$(M')_r, \{M'\}_{r-1}, (M')_{r-2}, \dots$$

La dimostrazione di ciò risulta immediatamente dalle proprietà del simbolo $[[j_1 \dots j_p]]$ di cui abbiamo trattato nel paragrafo 3 della Nota IV.

Prima di tutto si può far vedere che *la stessa proprietà vale in ogni caso, sia r pari o dispari, per una qualunque espressione della specie della (1) della Nota precedente.*

Giacchè pei risultati della Nota IV, la (1) della Nota precedente è

$$(7) \quad \varepsilon \sum_{\rho=1}^r \sum_j Z_{j_1 \dots j_\rho} \delta_{j_1 \dots j_\rho}^{(\rho)} + \frac{1}{2} \sum_{\rho=2}^r \sum_j [[j_1 \dots j_\rho]]_z \delta_{j_1 \dots j_\rho}^{(\rho)}$$

dove $\varepsilon = 1$ se r è pari ed $\varepsilon = 0$ se r è dispari.

Indicando ora, come al paragrafo 3 della Nota IV, con V i coefficienti della seconda parte di (7), la (1) della Nota precedente è una forma differenziale i cui coefficienti sono

$$(8) \quad Z_{j_1 \dots j_\rho} + \frac{1}{2} V_{j_1 \dots j_\rho} \quad \text{se } r \text{ è pari}$$

e solo

$$(9) \quad \frac{1}{2} V_{j_1 \dots j_\rho} \quad \text{se } r \text{ è dispari.}$$

Formando quindi cogli (8) i simboli principali di 1^a e 2^a specie

$$(10) \quad (j_1 \dots j_r i), \{j_1 \dots j_{r-1} i\}, (j_1 \dots j_{r-2} i), \dots$$

si ha:

$$\begin{aligned} & (j_1 \dots j_r i)_z + \frac{1}{2} (j_1 \dots j_r i)_v \\ & \{j_1 \dots j_{r-1} i\}_z + \frac{1}{2} \{j_1 \dots j_{r-1} i\}_v \\ & \dots \dots \dots \end{aligned}$$

e per le formole (20''') della Nota IV, e osservando che r è pari, si riconosce che queste ultime espressioni sono tutte zero.

Similmente formando colla (9) i medesimi simboli e tenendo ancora conto delle (20''') della Nota IV, si riconosce che essi sono anche zero. Resta così dimostrato quanto abbiamo ultimamente asserito.

Se ora passiamo a dimostrare la stessa proprietà per i differenziali canonici, osserviamo che resta solo a dimostrarla per i differenziali canonici per r dispari, giacchè per r pari il differenziale canonico è (1) della Nota precedente e per una tale espressione il teorema è dimostrato.

Considerando dunque la (2) della Nota precedente in cui i coefficienti Z soddisfanno alle (5), si vede che i simboli (10) costruiti per la prima parte

della detta (2) sono zero, per quanto si è disopra detto, mentre la sua seconda parte per la formola (3) del paragrafo precedente, e per le (5) resta esattamente eguale alla (7) per $\varepsilon = 1$. Si ha perciò da formare i (10) per i coefficienti

$$Z_{j_1 \dots j_p} + \frac{1}{2} V_{j_1 \dots j_p}$$

supposto r dispari e che le Z soddisfacciano però alle (5).

Ora per le solite formole (20''') del paragrafo 3 della Nota IV, i simboli (10) relativi alle $V_{j_1 \dots j_p}$ sono zero, e inoltre quelli relativi alle $Z_{j_1 \dots j_p}$ sono anche zero, perchè queste soddisfanno alle relazioni (5). Resta così dimostrata la proprietà enunciata in principio.

Come corollario risulta che: *se ad una forma differenziale si aggiunge un differenziale canonico, le caratteristiche delle matrici*

$$\{M'_1\}, \{M'_1 + (M')_2\}, \{M'_1 + (M')_2 + \{M'_3\}, \dots$$

$$\dots, \{M'_1 + (M')_2 + \{M'_3 + \dots + (M')_r$$

se r è pari, e

$$(M')_1, (M')_1 + \{M'_2\}, (M')_1 + \{M'_2 + (M')_3, \dots$$

$$\dots, (M')_1 + \{M'_2 + (M')_3 + \dots + (M')_r$$

se r è dispari, restano invariate, e questo risultato, di cui dovremo fare delle applicazioni più tardi, è estensione di un teorema da noi già dimostrato per $r = 2$ (1).

3. *Il differenziale canonico pel caso di r pari, e i suoi covarianti evidenti.* — Abbiamo visto che pel caso di r dispari il differenziale canonico è formato mediante i coefficienti Z i quali soddisfanno a tutte le relazioni

$$((j_1 \dots j_p, j_{p+1}))_Z - ((j_{p+1}, j_1 \dots j_p))_Z = 0$$

per $q = 1, 2, \dots, r$.

Faremo ora vedere che similmente un differenziale canonico di ordine r pari può sempre trasformarsi in un altro formato nella stessa maniera, ma in cui i coefficienti Z soddisfanno a tutte le relazioni:

$$(11) \quad ((j_1 \dots j_p, j_{p+1}))_Z + ((j_{p+1}, j_1 \dots j_p))_Z = 0$$

per $q = 1, 2, \dots, r$, e per qualunque sistema degli indici j ; in altri termini, SENZA TOGLIERE GENERALITÀ, possiamo sempre supporre che un differenziale canonico di ordine pari sia espresso con

$$(12) \quad -\frac{1}{2} \sum_{p=1}^{r-1} (-1)^p \binom{r}{p} d^{r-p} Z^{(p)}$$

(1) Vedi: *Estensione di alcuni teoremi di Frobenius*, Rend. Ist. Lomb. (2), t. 35, 1902.

dove le Z soddisfacciano a tutte le (11). Questa forma del differenziale canonico la chiameremo *normale*.

La dimostrazione di questa proprietà è semplicissima dopo quanto abbiamo detto di sopra.

Sia data un'espressione

$$(13) \quad -\frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{r-1} (-1)^{\rho} \binom{r}{\rho} d^{r-\rho} F^{(\rho)};$$

essa sarà una forma differenziale di ordine r che chiameremo $Z^{(r)}$, di cui quindi i covarianti evidenti (v. Nota III, § 1), sono le $Z^{(\rho)}$, coi coefficienti Z (non F).

Per il teorema del paragrafo precedente, le Z soddisferanno alle

$$(j_1 \dots j_r i)_Z = 0, \{j_1 \dots j_{r-1} i\}_Z = 0, \dots$$

ossia, essendo r pari, a tutte le (11), e quindi anche (v. § 2 della Nota VI) a tutte le

$$(14) \quad ((j_1 \dots j_m, j_{m+1} \dots j_p))_Z + ((j_{m+1} \dots j_p, j_1 \dots j_m))_Z = 0.$$

Ora si trova che $Z^{(r)}$ cioè (13) è esattamente eguale a (12), il che significa che i covarianti di (12) sono esattamente le $Z^{(\rho)}$, che sono le forme mediante cui là (12) stessa è costruita.

Sviluppiamo infatti (12) come nel paragrafo 2 della Nota IV, ricordando che r è pari.

Si ha

$$= Z^{(r)} + \frac{1}{2} \sum_{\rho=2}^r \sum_j [[j_1 \dots j_{\rho}]] \delta_{j_1 \dots j_{\rho}}^{(r)}.$$

Ma ricordando la costruzione del simbolo $[[j_1 \dots j_{\rho}]]$ e tenendo conto di (14), si riconosce a colpo d'occhio che tal simbolo è sempre zero; dunque del secondo membro della precedente formola non resta che solo $Z^{(r)}$, il che dimostra l'assunto.

La proprietà qui dimostrata è l'analogia di quella già dimostrata nel paragrafo 1 pel caso di r dispari.

4. *Soluzione del problema II col metodo delle trasformazioni infinitesime nel caso di r pari.* — Sia Ξ una trasformazione infinitesima di quelle considerate nel paragrafo 5 della Nota V, per la quale cioè sia zero il covariante $L^{(r)}$.

Dalla equazione $\Xi f = 0$ formiamo, come nel paragrafo 1 della Nota VI, una trasformazione finita delle x nelle y e sia

$$(15) \quad y_i = \varphi_i(x), \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Dico che se r è pari, la trasformazione (15) così ottenuta riduce $X^{(r)}$ a

$$(16) \quad Y^{(r)} \equiv T^{(r)} - \frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{r-1} (-1)^{\rho} \binom{r}{\rho} d^{r-\rho} Z^{(\rho)}$$

dove $T^{(r)}$ non contiene la variabile y_n , e la seconda parte è, come si vede, un differenziale canonico di ordine pari. E viceversa, se la $X^{(r)}$ è riducibile al tipo (16), esiste una trasformazione infinitesima Ξ per la quale è zero il covariante $L^{(r)}$.

Si ha così:

Il problema II per r pari è risolubile semprechè, e solo allora, che la matrice

$$(17) \quad (M')_r + \{M'\}_{r-1} + (M')_{r-2} + \dots + \{M'\}_1$$

abbia caratteristica minore di n .

Per il caso di r dispari, il risultato, come vedremo, è lo stesso, ma mutando la forma del differenziale canonico, deve naturalmente modificarsi il secondo membro di (16).

Trasformando la Ξ nelle variabili y , essa diventa al solito:

$$(18) \quad Y = \eta_n \frac{\partial}{\partial y_n}$$

ed essendo $L^{(r)}$ un covariante, esso, trasformato nelle y si riduce alla sola parte che moltiplica η_n , e perciò, dovendo essere $L^{(r)} = 0$, si hanno le equazioni:

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} (j_1 \dots j_r n)_Y = 0 \\ \{j_1 \dots j_{r-1} n\}_Y = 0 \\ \dots \dots \dots \\ \{j n\}_Y = 0 \end{array} \right.$$

indicando con Y i coefficienti della $X^{(r)}$ trasformata, che indicheremo con $Y^{(r)}$.

Da queste equazioni cerchiamo ora di ottenere la forma dei valori delle Y .

Cominciamo col porre

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} Y_i = T_i + Z_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \\ Y_n = Z_n \end{array} \right.$$

dove le T_i sieno delle espressioni arbitrarie non contenenti y_n , e le Z contengano invece tutte le variabili.

Da $\{in\}_x = 0$ si deduce allora:

$$(21) \quad Y_{in} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial Z_i}{\partial y_n} + \frac{\partial Z_n}{\partial y_i} \right) = Z_{in}$$

e da $\{ij n\}_x = 0$ si ha:

$$\frac{\partial Y_{ij}}{\partial y_n} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y_n} \left(\frac{\partial Z_i}{\partial y_j} + \frac{\partial Z_j}{\partial y_i} \right)$$

donde, integrando:

$$(22) \quad Y_{ij} = T_{ij} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial Z_i}{\partial y_j} + \frac{\partial Z_j}{\partial y_i} \right)$$

essendo T_{ij} una funzione indipendente da y_n .

È da notare che da queste equazioni non si deduce altro se non che Y_{ij} deve essere composto di una parte indipendente da y_n e di un'altra parte; e che quindi mutando a piacimento la prima parte, può mutarsi anche la seconda; noi però in particolare porremo

$$(23) \quad Z_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial Z_i}{\partial y_j} + \frac{\partial Z_j}{\partial y_i} \right).$$

Ricordando il modo col quale abbiamo ottenuto la (21), il porre la (23) corrisponde a porre $\{ijz\}_x = 0$.

Poniamo ora

$$(24) \quad Y_{ijh} = T_{ijh} + Z_{ijh}$$

dove le T non contengano y_n , e quelle di cui uno degli indici sia n siano zero.

Da $\{ijhn\}_x = 0$ restano allora determinati i valori delle Y_{ijhn} , cioè delle Y a quattro indici di cui uno sia n , e che noi come in (21) porremo eguali alle Z_{ijhn} ; mentre da $\{ijhk n\}_x = 0$ resta determinato il valore di $\frac{\partial Y_{ijhk}}{\partial y_n}$, e quindi, integrando, a meno di una parte indipendente da y_n , il valore di Y_{ijhk} .

Propriamente risulta, tenendo conto delle Y precedenti, $\frac{\partial Y_{ijhk}}{\partial y_n}$ eguale alla derivata rispetto ad y_n di una espressione ben determinata mediante le Z ad 1, e 3 indici, e che, come in (23), chiameremo Z_{ijhk} , e porremo

$$(25) \quad Y_{ijhk} = T_{ijhk} + Z_{ijhk}$$

dove le T non contengano y_n , e quelle di cui uno degli indici sia n siano zero.

Per l'espressione di Z_{ijhk} si trova così la seguente formola generale, valevole anche per il caso in cui sia $k = n$:

$$(26) \quad Z_{ijhk} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial Z_{ijh}}{\partial y_k} + \frac{\partial Z_{ijk}}{\partial y_h} + \frac{\partial Z_{ihn}}{\partial y_j} + \frac{\partial Z_{jhk}}{\partial y_i} \right) - \\ - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^3 Z_k}{\partial y_i \partial y_j \partial y_h} + \frac{\partial^3 Z_h}{\partial y_i \partial y_j \partial y_k} + \frac{\partial^3 Z_j}{\partial y_i \partial y_h \partial y_k} + \frac{\partial^3 Z_i}{\partial y_j \partial y_h \partial y_k} \right)$$

nello stesso modo che la (23) vale anche per $j = n$, come risulta dalla (21).

Così seguitando si vede che dalle (19) le Y (e quindi anche le Z) ad un numero *dispari* di indici restano arbitrarie, mentre le Y ad un numero *pari* di indici restano espresse, a meno di una parte indipendente da y_n , mediante le altre.

Adottando ora la indicata determinazione per le Z ad un numero *pari* di indici, vediamo a quali relazioni esse soddisfanno, e per ciò fare basta esaminare il modo con cui da $(ij n)_x = 0$ abbiamo ottenuto la Z_{ij} , e da $(ij h k n)_x = 0$ il valore di Z_{ijhk} .

Si riconosce che la $(ij n)_x$ si può porre sotto la forma di una derivata rispetto ad y_n , cioè sotto la forma

$$- \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y_n} \left\{ 2 Y_{ij} - \frac{\partial Z_i}{\partial y_j} - \frac{\partial Z_j}{\partial y_i} \right\}$$

e il valore di Z_{ij} si trova mutando nella quantità sotto il segno di derivazione, la Y_{ij} in Z_{ij} e indi eguagliando a zero tale quantità sotto il segno, la quale così trasformata non è altro che $\{ij\}_z$.

Dunque le Z_{ij} soddisfanno a:

$$(27) \quad \{ij\}_z = 0,$$

come del resto avevamo già verificato di sopra. Ora questo procedimento può farsi in generale.

Teniamo infatti presente tutto quanto abbiamo già dimostrato nel paragrafo 2 della Nota precedente.

Supponiamo d'aver già verificato che le Z soddisfacciano a tutte le

$$(28) \quad \{j_1 j_2\}_z = 0, (j_1 j_2 j_3)_z = 0, \dots (j_1 \dots j_{2p-1})_z = 0.$$

Avendo nel loc. cit. dimostrato che quando ciò si verifica e quando le Y soddisfanno le (19), si ha la formola

$$(j_1 \dots j_{2p} n)_x = - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y_n} \{j_1 \dots j_{2p}\}_x$$

veniamo a trovarci nelle stesse condizioni che sopra e quindi dovremo porre

$$(29) \quad \{j_1 \dots j_{2p}\}_z = 0$$

donde poi, come abbiamo osservato nello stesso paragrafo 2 della Nota precedente, deduciamo anche

$$(30) \quad (j_1 \dots j_{2p+1})_z = 0.$$

Dalla sussistenza della (27), resta così dimostrata anche quella di tutte le

$$(31) \quad \{j_1 j_2\}_z = 0, (j_1 j_2 j_3)_z = 0, \dots (j_1 \dots j_{r+1})_z = 0$$

(supposto r pari), e quindi poi anche delle

$$(32) \quad ((i_1 \dots i_r, j_1 \dots j_p))_z + ((j_1 \dots j_p, i_1 \dots i_r))_z = 0,$$

per quanto abbiamo visto nel medesimo luogo sopracitato.

Ciò posto, è evidente che si ha:

$$Y^{(r)} = T^{(r)} + Z^{(r)}$$

dove $T^{(r)}$ non contiene y_n , e $Z^{(r)}$ è la forma differenziale di ordine r , i cui coefficienti sono le Z suindicate. Ora si vede che $Z^{(r)}$ è esattamente un differenziale canonico, anzi che propriamente si ha

$$(33) \quad Z^{(r)} = -\frac{1}{2} \sum_{\rho=1}^{r-1} (-1)^\rho \binom{r}{\rho} d^{r-\rho} Z^{(\rho)}.$$

Le Z sono infatti qui sottoposte alle medesime condizioni che nel paragrafo 3 e quindi sussiste la (33).

Viceversa, supponiamo che una trasformazione delle x nelle y , muti $X^{(r)}$ in una espressione

$$Y^{(r)} = T^{(r)} + W^{(r)}$$

dove $W^{(r)}$ sia un differenziale canonico che potremo ridurre sempre, come si sa, a forma *normale*, e $T^{(r)}$ non contenga y_n .

Essendo $W^{(r)}$ un differenziale canonico, i simboli

$$(j_1 \dots j_r i)_w, \{j_1 \dots j_{r-1} i\}_w, \dots$$

sono, come sappiamo (v. paragrafo 2), tutti zero; e poichè $T^{(r)}$ non contiene y_n , per essa sono zero quelli fra i suddetti simboli, in cui sia $i = n$; lo stesso si avrà dunque per la $Y^{(r)}$, e perciò restano soddisfatte tutte le (19).

Se ora formiamo la trasformazione infinitesima (18), si riconosce, per le (19), che il covariante $L^{(r)}$ di $Y^{(r)}$ e Y è zero; quindi deduciamo che trasformando la Y nella Ξ e la $Y^{(r)}$ in $X^{(r)}$, il covariante $L^{(r)}$ di Ξ e $X^{(r)}$ deve essere zero; il che è quanto doveasi dimostrare.

Supponiamo che la matrice (17) abbia caratteristica $\nu < n$; facciamo la trasformazione di $X^{(r)}$ in $Y^{(r)}$ dato da (16), e osserviamo che, per un teorema del paragrafo 2, la matrice analoga alla (17) ma relativa alla sola forma $T^{(r)}$ ha anche la caratteristica ν , mentre d'altra parte, non contenendo $T^{(r)}$ la variabile y_n , tale matrice ha solo $n - 1$ colonne, cioè manca di quella relativa all'indice n .

Se è $\nu < n - 1$, si può riapplicare a $T^{(r)}$ la medesima teoria, e trasformare $T^{(r)}$ nella somma di un'altra con sole $n - 2$ variabili, e di un nuovo differenziale canonico in $n - 1$ variabili.

Così seguitando si vede che:

Se è ν la caratteristica della matrice

$$\{M'\}_1 + (M')_2 + \{M'\}_3 + \dots + (M')_r$$

la forma $X^{(r)}$ si può trasformare nella somma di una forma con sole ν variabili e di $n - \nu$ differenziali canonici rispettivamente a $n, n - 1, n - 2, \dots, \nu + 1$ variabili.

Resta a considerare il caso di r dispari, il che, per ragioni di spazio, dobbiamo rimandare alla prossima Nota.

Matematica — *Il secondo problema di riduzione per le forme differenziali di ordine dispari, e ricerche complementari.* Nota VIII del Corrispondente ERNESTO PASCAL.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Analisi. — *Sulla sviluppabilità di una funzione in serie di fattoriali.* Nota del Socio S. PINCHERLE.

In una recente Memoria, il sig. N. Nielsen ⁽¹⁾ ha espresse le condizioni necessarie e sufficienti per la sviluppabilità di una funzione analitica in serie della forma

$$\sum c_n \frac{n!}{x(x+1) \dots (x+n)},$$

o serie di fattoriali. Queste condizioni non si riferiscono però direttamente alla funzione $\alpha(x)$ da svilupparsi, bensì ad una funzione $\varphi(t)$ legata ad essa dalla relazione

$$(a) \quad \alpha(x) = \int_0^1 \varphi(t) t^{x-1} dt;$$

(1) Ann. de l'École Normale, S. III, T. XIX, 1902.

fra $\alpha(x)$ e $\varphi(t)$ passa cioè quella tale corrispondenza funzionale notata per primo dal Laplace ⁽¹⁾ e nella quale egli designò la $\varphi(t)$ col nome di *funzione generatrice*, la $\alpha(x)$ con quello di *funzione determinante*. Il Nielsen ha ricordato ⁽²⁾ come la sviluppabilità in serie di fattoriali fosse stata già dallo Schlömilch subordinata alla rappresentazione della funzione $\alpha(x)$ sotto forma di un integrale definito del tipo (a), e J. C. Kluyver ⁽³⁾ ottenne lo sviluppo in serie di fattoriali calcolando la funzione generatrice della funzione $\alpha(x)$ mediante il metodo di inversione di integrale definito che egli attribuisce a Kronecker e a Murphy, ma che va fatto risalire al Riemann ⁽⁴⁾.

Le condizioni di sviluppabilità date dal Nielsen si possono esprimere in una forma notevolmente più semplice, quando si generalizzi alquanto l'espressione (a) considerando come variabile l'estremo superiore dell'integrazione, e quando si faccia uso del concetto di *ordine* di un punto singolare, quale è stato introdotto dall'Hadamard ⁽⁵⁾. Lo scopo della presente Nota è appunto di mettere in luce il legame fra codesto concetto di ordine e la sviluppabilità in serie di fattoriali: assumendo per tali serie la forma

$$(b) \quad a^x \sum_{n=0}^{\infty} c_n \frac{n!}{x(x+1) \dots (x+n)},$$

dove a e le c_n sono costanti indipendenti da x . Per brevità di scrittura, si indicherà con $\eta_n(x)$ il fattoriale $\frac{n!}{x(x+1) \dots (x+n)}$.

1. Dal citato lavoro di Hadamard ricordiamo anzitutto le definizioni ed i teoremi seguenti:

Data una serie di potenze

$$(1) \quad f(t) = \sum_0^{\infty} c_n t^n$$

avente $(0, 1)$ come cerchio di convergenza ⁽⁶⁾, s'intende con *ordine* di un punto t_0 della circonferenza di convergenza un numero reale g tale che, indicando con D il simbolo di derivazione e con ω un numero qualsiasi, sia

$$(2) \quad t^{-\omega} D^{-\omega} f(t)$$

finita, continua e a scartamento finito nell'intorno del punto t_0 se è

⁽¹⁾ *Théorie analytique des probabilités*, Paris, 1812.

⁽²⁾ *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 30 décembre 1901.

⁽³⁾ *Nieuw Archief voor Wiskunde*, S. II, T. 4, Amsterdam, 1899.

⁽⁴⁾ *Werke*, ed. Dedekind e Weber, p. 140. Leipzig, 1876.

⁽⁵⁾ Nel suo *Essai sur l'étude des fonctions données par leur développement de Taylor*. *J. de Math.*, S. IV, T. VIII, 1892.

⁽⁶⁾ Con (a, b) indicheremo abbreviatamente il cerchio avente per centro il punto a e per raggio il numero positivo b .

$R(\omega) > g$ ⁽¹⁾, ma cessi di essere tale se è $R(\omega) < g$. Se il punto t_0 non è singolare per la funzione analitica $f(t)$ definita dalla serie (1), il suo ordine è $-\infty$ ⁽²⁾.

L'ordine di $f(t)$ sulla circonferenza di convergenza è un numero reale g_1 tale che la (2) sia finita, continua e a scartamento finito su tutta la circonferenza $(0, 1)$, se è $R(\omega) \geq g_1$, ma che cessi di essere tale per $R(\omega) < g_1$. In modo analogo si definisce l'ordine di $f(t)$ sopra un arco della circonferenza.

L'ordine di $f(t)$ sulla circonferenza di convergenza è uguale al *massimo limite* ⁽³⁾ del rapporto

$$\frac{\log |a_n|}{\log n}$$

(o *caratteristica* della successione a_n), aumentato di un'unità.

L'ordine di $f(t)$ sopra un arco della circonferenza è il limite superiore degli ordini nei punti di questo arco.

Se su un arco compreso fra gli argomenti θ_1 e θ_2 l'ordine g di $f(t)$ è positivo, si avrà

$$(3) \quad \lim_{\rho \rightarrow 1} (1 - \rho)^\omega f(\rho e^{i\theta}) = 0$$

per $R(\omega) > g$, uniformemente per i valori di θ compresi fra θ_1 e θ_2 . Se l'ordine è negativo o nullo, la (3) vale per $R(\omega) > 0$.

2. È facile di estendere le definizioni precedenti al caso, che a noi interesserà in ciò che segue, di una serie

$$(4) \quad \varphi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (t - a)^n$$

avente (a, r) come cerchio di convergenza. Il suo ordine sarà il numero $g = k + 1$, essendo k la caratteristica della successione $c_n r^n$, e si avrà uniformemente rispetto a θ :

$$(3') \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^\omega \varphi(a + (r - \varepsilon) e^{i\theta}) = 0$$

per $R(\omega) > g$ se è $g > 0$. Se s è un punto singolare di $\varphi(t)$ sulla circonferenza (a, r) l'ordine di s sarà un numero $g_0 \leq g$. È importante di notare che se si prende dentro al cerchio (a, r) un punto a' che sia più prossimo ad s che ad ogni altro punto singolare di $\varphi(t)$ e si deduce, collo

(1) Con $R(a)$ si intende la parte reale del numero complesso a .

(2) I punti di ordine $-\infty$ si comprenderanno perciò fra quelli d'ordine finito.

(3) *La plus grande des limites* secondo l'espressione di Cauchy.

sviluppo di Maclaurin, lo sviluppo di $\varphi(t)$ in serie di potenze di $t - a'$, l'ordine di questo sviluppo sulla propria circonferenza di convergenza sarà ancora g_0 .

3. Abbiassi ora un ramo ad un valore di funzione analitica $\varphi(t)$, data in una stella di Mittag-Leffler A di centro c , dove c è un punto del piano t differente da $t = 0$. Il punto $t = 0$ sia un punto singolare del ramo di funzione $\varphi(t)$, e perciò posto al contorno della stella. Preso un punto a comunque nell'interno della stella, dovrà verificarsi uno dei tre seguenti casi:

a) O il cerchio $(a, |a|)$ è tutto interno alla stella, e sulla sua circonferenza si trova il solo punto singolare $t = 0$.

b) O il cerchio $(a, |a|)$ è tutto interno alla stella, ma sulla sua circonferenza, oltre a $t = 0$, si trovano altri punti singolari di $\varphi(t)$.

c) O infine il cerchio $(a, |a|)$ non è tutto interno alla stella.

4. Sia dapprima un punto a che appartenga al primo dei tre casi ora enumerati. Se accade che, per un tale punto, l'ordine della serie di potenze

$$(4') \quad \varphi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi^{(n)}(a)}{n!} (t - a)^n$$

sulla sua circonferenza $(a, |a|)$ di convergenza sia finito ⁽¹⁾ e uguale a g , esso ordine sarà finito e uguale a g per gli sviluppi relativi a tutti gli altri punti appartenenti a quello stesso primo caso. Potremo dire allora, senza riferimento ad alcun sviluppo (4') speciale, che il punto $t = 0$ è *punto singolare d'ordine finito* g per il ramo $\varphi(t)$ di funzione analitica. Supporremo dapprima $g > 0$.

Prendiamo a considerare l'integrale

$$(5) \quad \int_0^a \varphi(t) t^{x-1} dt,$$

dove l'integrazione va fatta lungo una linea semplice λ congiungente o ad a senza uscire dalla stella A. L'integrale, sotto questa condizione per λ , è indipendente da codesta linea; in particolare si può prendere λ tutta entro il cerchio $(a, |a|)$. Dalla (3') segue che $t^\omega \varphi(t)$ tende a zero per $t = 0$ per $R(\omega) > g$, e quindi l'integrale (5) è convergente nel semipiano definito da $R(x) > g$. Ma se ε è un punto della linea λ , prossimo a $t = 0$ quanto si vuole, la serie (4') sarà uniformemente convergente fra ε ed a e si potrà integrare termine a termine; osservando che

$$\int_{\varepsilon}^a (t - a)^n t^{x-1} dt = (-1)^n (a^{n+x} - \varepsilon^{n+x}) \frac{n!}{x(x+1) \dots (x+n)},$$

(1) Si include, come si è avvertito, il caso di $g = -\infty$.

si otterrà

$$\int_{\varepsilon}^a \varphi(t) t^{x-1} dt = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\varphi^{(n)}(a)}{n!} (a^{n+\varepsilon} - \varepsilon^{n+\varepsilon}) \eta_n(x).$$

Qui la serie del secondo membro converge assolutamente ed uniformemente rispetto ad x entro il semipiano $R(x) > g$, e tende per $\varepsilon = 0$, alla serie

$$(6) \quad a^x \sum (-1)^n \frac{\varphi^{(n)}(a)}{n!} \eta_n(x),$$

pure uniformemente convergente rispetto ad x nel semipiano stesso (1). È allora applicabile, per un noto teorema del Dini, l'integrazione termine a termine fra 0 ed a alla serie (4') moltiplicata per t^{x-1} , e si ha così l'uguaglianza, valida nel detto semipiano $R(x) > g$:

$$(6') \quad \int_0^a \varphi(t) t^{x-1} dt = a^x \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\varphi^{(n)}(a)}{n!} \eta_n(x).$$

5. Il punto a si trovi invece nel secondo dei tre casi enumerati al § 2. Qui la caratteristica k del sistema $\frac{\varphi^{(n)}(a)}{n!}$, cioè l'ordine $k+1=g'$ della serie (4'), non dipenderà più dal punto $t=0$ soltanto; ma (per le proposizioni già citate di Hadamard) anche dagli altri punti singolari di $\varphi(t)$ posti sulla circonferenza $(a, |a|)$. Se g è l'ordine del punto $t=0$, si avrà $g' \geq g$. L'uguaglianza (6') avrà ancora luogo; solo, mentre il primo membro ha significato per $R(x) > g$, il secondo membro avrà validità nel semipiano $R(x) > g'$, generalmente contenuto nel precedente, e solo entro quest'ultimo semipiano è valida l'uguaglianza (6').

6. Veniamo ora al terzo caso, in cui il raggio di convergenza dello sviluppo (4') è inferiore ad $|a|$. In tale caso, la caratteristica di $\frac{\varphi^{(n)}(a)}{n!}$ è evidentemente uguale a $+\infty$, e quindi la serie di fattoriali che figura nel secondo membro di (6') è costantemente divergente. Ma in questo caso, si prenda sulla linea d'integrazione un punto c abbastanza prossimo a $t=0$ perchè codesto punto c venga ad appartenere al primo caso; si spezzi l'integrazione

(1) Basta ricordare (v. p. es. la mia Nota in questi Rendiconti, seduta del 16 febbraio 1902) che il campo di convergenza assoluta ed uniforme di una serie di fattoriali $\sum c_n \eta_n(x)$ è il semipiano $R(x) > k+1$, dove k è la caratteristica del sistema c_n .

grale (5) nella somma

$$\int_0^a \varphi(t) t^{x-1} dt + \int_c^a \varphi(t) t^{x-1} dt.$$

Il primo integrale, per $R(x) > g$, si sviluppa come è indicato al § 3; in quanto al secondo, esso è una funzione intera di x . Ponendo in esso

$$t^x = (a' + t - a')^x,$$

dove $|a'|$ sia preso abbastanza grande per superare $|t - a'|$ lungo tutta la linea d'integrazione fra c ed a , esso diviene

$$a'^x \int_c^a \varphi(t) \left(1 + \frac{t - a'}{a'}\right)^x \frac{dt}{t}$$

e, sviluppando colla serie binomiale, viene per esso lo sviluppo convergente in tutto il piano:

$$a'^x \sum_0^\infty c'_n \frac{x(x-1) \dots (x-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}$$

dove

$$c'_n = \frac{1}{a'^n} \int_c^a (t - a')^n \varphi(t) \frac{dt}{t}.$$

Il fattoriale $\frac{x(x-1) \dots (x-n+1)}{n!}$ può, per molteplici ragioni, con-

siderarsi come una funzione $\eta_n(x)$ per valori negativi dell'indice, e perciò in questo caso si può dire che l'integrale (5) è sviluppabile in una serie di funzioni $\eta_n(x)$ in cui n varia da $-\infty$ a $+\infty$.

7. Fin qui abbiamo supposto $g > 0$; però questa restrizione non è affatto essenziale; mostriamo infatti che per $g \leq 0$, la relazione (6') è valida per $R(x) > 0$. Supponiamo la singolarità $t=0$ della funzione $\varphi(t)$ di ordine g compreso fra $-p+1$ e $-p$, dove p è intero positivo; è chiaro che gli integrali

$$\int_0^a \varphi(t) t^{x-1} dt, \int_0^a \varphi'(t) t^{x-1} dt, \dots \int_0^a \varphi^{(p-1)}(t) t^{x-1} dt$$

saranno convergenti per $R(x) > 0$, mentre

$$\int_0^a \varphi^{(p)}(t) t^{x-1} dt,$$

dove la $\varphi^{(p)}(t)$ è di ordine positivo $g+p$, converge per $R(x) > g+p$. Per

questi valori di x si ha dunque, applicando p volte l'integrazione per parte:

$$(7) \quad \int_0^a \varphi(t) t^{\alpha-1} dt = \\ = a^{\alpha} \left[\frac{\varphi(a)}{x} - \frac{a\varphi'(a)}{x(x+1)} + \dots + (-1)^{p-1} \frac{a^{p-1} \varphi^{(p-1)}(a)}{x(x+1) \dots (x+p-1)} \right. \\ \left. + \frac{(-1)^p}{x(x+1) \dots (x+p-1)} \int_0^a \varphi^{(p)}(t) t^{\alpha+p-1} dt \right].$$

Qui l'ultimo integrale è, per $R(x) > g$, sviluppabile in serie della forma

$$a^{\alpha} \sum c_n \eta_n(x+p),$$

e quindi il secondo membro della (7) dà una serie della forma (6), convergente assolutamente per $R(x) > g$, ad eccezione dei punti $x=0, -1, -2, \dots, -p+1$, dove essa diventa infinita del primo ordine. L'uguaglianza fondamentale (6') vale dunque solo per $R(x) > 0$, sebbene il secondo membro di essa conservi significato in tutto il semipiano $R(x) > g$.

8. Le considerazioni precedenti si riferivano al caso di un punto $t=0$ posto al contorno della stella A, e quindi, in generale, singolare per $\varphi(t)$. Ma per il caso in cui $t=0$ sia un punto regolare per $\varphi(t)$, le cose precedentemente dette rimangono valide, colla circostanza favorevole che la caratteristica dei coefficienti della serie (6) è $-\infty$, e quindi, mentre il primo membro della (6') è convergente per $R(x) > 0$, la serie del secondo membro converge assolutamente in tutto il piano, eccettuati i poli del primo ordine $0, -1, -2, -3, \dots$; codesto secondo membro è dunque una funzione *meromorfa* (trascendente fratta).

10. È facile di vedere che la condizione trovata dianzi come sufficiente per lo sviluppo di una funzione (5) in serie di fattoriali, che cioè $t=0$ sia per $\varphi(t)$ punto regolare o singolare d'ordine finito, è anche necessaria. Sia infatti

$$(8) \quad a^{\alpha} \sum c_n \eta_n(x)$$

una serie di fattoriali, in cui la caratteristica di c_n sia finita ed uguale a $g-1$ (1). Pongo

$$(9) \quad \varphi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n}{a^n} (t-a)^n.$$

(1) Se la caratteristica fosse $+\infty$, la serie (8) non potrebbe convergere per alcun valore di x . Se fosse $g=-\infty$, il raggio di convergenza di (9) potrebbe anche essere $>|a|$, e $t=0$ sarebbe certamente punto regolare per $\varphi(t)$.

Per la proprietà delle c_n , la serie $\sum c_n z^n$ ammette $(0, 1)$ come cerchio di convergenza, e quindi lo sviluppo (9) ha per cerchio di convergenza $(\alpha, |\alpha|)$. Ne viene che la funzione $g(t)$ è d'ordine finito g sulla sua circonferenza di convergenza, e quindi è d'ordine finito $g_1 \leq g$ anche il punto $t=0$; pertanto l'integrale

$$\int_0^a g(t) t^{\alpha-1} dt$$

sarà convergente per $R(x) > g_1$, e col metodo del § 4 si dimostrerà uguale alla serie (8) in questo semipiano.

Riassumendo, « condizione necessaria e sufficiente affinchè $\alpha(x)$ sia sviluppabile in serie di fattoriali, è che essa sia funzione determinante di « una funzione analitica $g(t)$ per la quale il punto $t=0$ sia o regolare, o « singolare d'ordine finito ».

Astronomia. — *Osservazioni della cometa 1903 c IV, fatte all'equatoriale di 39 centimetri di apertura del R. Osservatorio al Collegio Romano.* Nota del Corrispondente E. MILLOSEVICH.

Ho l'onore di presentare all'Accademia 43 posizioni della cometa Borrelly (Marsiglia 21 giugno) IV c 1903 fatte all'equatoriale; meno 5 posizioni, che feci io, 38 spettano al dott. Emilio Bianchi, assistente all'Osservatorio.

Le posizioni furono fatte col micrometro filare, a fili illuminati e con 240 di amplificazione.

Data	Tempo medio Roma C. R.	α app.	log. p. Δ	δ app.	log. p. Δ
1903					
Giugno 23	^h ^m ^s 11 23 31	^h ^m ^s 21 51 12.31	9 ^a .603	— 6° 30' 46" .3	0. 786
" 24	12 13 21	21 50 15.91	9 ^a .541	— 5 32 32. 1	0. 793
" 25	12 12 47	21 49 14.64	9 ^a .534	— 4 31 49. 8	0. 789
" 26	11 16 51	21 48 7.74	9 ^a .595	— 3 28 49. 6	0. 779
" 30	11 4 0	21 41 44.95	9 ^a .585	+ 1 54 4. 6	0. 759
Luglio 7	11 4 6	21 18 31.50	9 ^a .540	+17 57 32. 6	0. 627
" 10	10 2 31	20 58 47.20	9 ^a .619	+28 53 50. 7	0. 527
" 10	10 22 48	20 58 40.15	9 ^a .591	+28 57 26. 1	0. 496
" 11	10 11 11	20 49 24.67	9 ^a .609	+33 18 22. 7	0. 418
" 12	8 40 57	20 38 53.99	9 ^a .715	+37 41 28. 1	0. 512

Segue: TABELLA.

Data	Tempo medio Roma C. R.	α app.	log. p. Δ	δ app.	log. p. Δ
1903					
Luglio 13	^h 8 ^m 40 ^s 52	^h 20 ^m 25 ^s 14.56	9 ⁿ .733	+42° 35' 55".9	0. 392
" 15	8 31 49	19 47 10.87	9 ⁿ .778	+52 34 57. 2	9. 825
" 15	9 14 11	19 46 28.34	9 ⁿ .712	+52 43 39. 1	9 ⁿ .059
" 16	9 56 7	19 18 30.11	9 ⁿ .570	+57 34 37. 5	0 ⁿ .254
" 17	8 39 1	18 46 9.29	9 ⁿ .745	+61 32 57. 6	0 ⁿ .526
" 18	8 54 17	18 3 33.89	9 ⁿ .586	+65 0 19. 9	0 ⁿ .484
" 19	8 50 41	17 14 0.12	9 ⁿ .268	+67 22 34. 0	0 ⁿ .571
" 21	10 18 39	15 24 38.97	9. 904	+68 37 45. 0	0 ⁿ .382
" 23	9 22 23	14 2 10.74	9. 926	+66 26 16. 7	0 ⁿ .174
" 24	9 7 30	13 31 53.04	9. 926	+64 45 7. 9	9 ⁿ .947
" 25	9 8 24	13 7 33.37	9. 931	+62 54 58. 7	8 ⁿ .458
" 26	9 29 51	12 47 51.76	9. 938	+61 2 1. 1	0. 092
" 27	9 22 23	12 32 16.65	9. 920	+59 13 58. 4	0. 233
" 29	9 21 10	12 8 37.96	9. 890	+55 51 49. 2	0. 440
" 30	8 26 52	11 59 48.99	9. 858	+54 22 49. 6	0. 287
Agosto 1	10 20 19	11 44 27.40	9. 824	+51 27 57. 2	0. 720
" 3	10 11 19	11 32 58.34	9. 794	+49 0 19. 7	0. 748
" 4	10 12 36	11 28 0.93	9. 777	+47 52 26. 3	0. 767
" 5	9 55 59	11 23 30.80	9. 775	+46 48 54. 6	0. 759
" 5	10 10 1	11 23 28.41	9. 764	+46 48 15. 6	0. 778
" 6	9 50 38	11 19 18.24	9. 764	+45 47 53. 9	0. 767
" 7	9 51 26	11 15 20.50	9. 753	+44 49 17. 9	0. 781
" 8	9 46 56	11 11 36.52	9. 740	+43 53 11. 8	0. 788
" 10	8 51 17	11 4 44.62	9. 756	+42 7 44. 9	0. 737
" 11	9 0 23	11 1 23.83	9. 741	+41 15 33. 8	0. 763
" 12	8 37 45	10 58 12.26	9. 744	+40 25 14. 9	0. 744
" 13	8 35 48	10 55 1.76	9. 735	+39 34 35. 9	0. 755
" 14	8 18 19	10 51 56.41	0. 736	+38 44 35. 0	0. 742
" 17	8 52 51	10 42 37.83	9. 681	+36 8 4. 0	0. 814
" 18	8 17 3	10 39 39.21	9. 701	+35 15 15. 3	0. 785
" 20	8 26 25	10 33 34.00	9. 672	+33 20 42. 4	0. 811
" 21	8 0 12	10 30 37.07	9. 683	+32 20 58. 8	0. 793
" 22	8 7 23	10 27 37.36	9. 667	+31 16 53. 3	0. 808

Patologia vegetale. — *Sopra una malattia infesta alle culture dei funghi mangerecci.* Nota del Corrispondente G. CUBONI e di G. MEGLIOLA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sull'inversione degl'integrali definiti.* Nota I del dott. PIETRO BURGATTI, presentata dal Socio V. CERRUTI.

Fisica matematica. — *Sulla teoria dei potenziali di ordine superiore.* Nota di E. DANIELE, presentata dal Socio VOLTERRA.

Queste due Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Relazione su di una Memoria contenuta in un piego suggellato presentato nel 1882 dal prof. Adolfo Bartoli, dei Soci A. RÒITI (relatore) e V. VOLTERRA.*

Nella seduta del 1° Febbraio p. p. la Classe di scienze fisiche e matematiche aprì un piego suggellato che il compianto prof. Adolfo Bartoli aveva spedito all'Accademia il 16 Marzo 1882, e nel quale fu trovata una Memoria manoscritta dal titolo: *Su la trasformazione in correnti elettriche delle radiazioni incidenti sopra una superficie riflettente in movimento.*

Il Bartoli indicò fino dal 1876, com'è noto, dei cicli che permetterebbero, mediante la deformazione di superficie riflettenti, di far passare il calore da un corpo freddo ad un corpo caldo e calcolò il lavoro che per tale passaggio si deve spendere in armonia col secondo principio della termodinamica.

Dimostrata l'esistenza d'una forza da vincere in quella deformazione di superficie riflettenti, Egli suppose da prima che essa consistesse in una pressione esercitata dai raggi, ed assumendo la costante solare di Pouillet, calcolò che dovesse importare $0^{mg},8$ per metro quadrato. E queste deduzioni furono più tardi confermate da Boltzmann, Galitzine e Guillaume, mentre d'altra parte Maxwell giungeva per via del tutto diverse ad analoghe conclusioni.

Il Bartoli fu sollecito a tentarne la verifica sperimentale, e pel primo forse rilevò che il moto del mulinello nel radiometro di Crookes è dovuto al gas residuo, non già all'azione diretta dei raggi com'egli andava cercando.

Quest'azione diretta è ritenuta ora accertata colle esperienze eseguite da Lebedef pochi anni fa che l'ha trovata appunto dell'ordine di grandezza calcolata dal Bartoli. Ma il Bartoli, per le sue esperienze del 1876, credeva di doverla escludere: ed esclusa la pressione che eserciterebbero i raggi, gli

venne in mente che la resistenza richiesta dal secondo principio della termodinamica possa esercitarsi normalmente ad essi, cioè tangenzialmente alla superficie speculare che va restringendosi attorno al corpo caldo.

Egli quindi si fece a ricercare se il lavoro, speso a vincere tale resistenza ipotetica, dia origine ad una corrente elettrica, e ne acquistò la certezza mandando i raggi del sole sopra una corona circolare d'argento rotante rapidamente nel proprio piano.

La Memoria depositata all'Accademia tratta di questa interessante esperienza, che è bene far conoscere al pubblico colla speranza che qualcuno si invogli a ripeterla per chiarire alcuni punti oscuri e per proseguire un'indagine troncata dalla morte immatura del valoroso Scienziato.

Fisica. — *Su la trasformazione in correnti elettriche delle radiazioni incidenti sopra una superficie riflettente in movimento.*
Memoria del prof. ADOLFO BARTOLI.

In una Memoria da me pubblicata nel 1876 ⁽¹⁾ indicai le considerazioni teoriche dalle quali, molto prima del sig. Crookes venni condotto a ricercare se le radiazioni incidenti sopra una superficie riflettente producessero una ripulsione su questa.

Riporterò qui brevemente la ragione principale che mi indusse a sperimentare e dopo una delle molte esperienze da me allora eseguite ⁽²⁾.

« Siano A e B due involucri sferici concentrici sottilissimi e perfettamente riflettenti così all'esterno come all'interno e di raggi R_A , R_B rispettivamente, con $R_B > R_A$. Un corpo sferico C di raggio $\epsilon < R_A$, completamente nero (nel senso dato alla parola dal Kirchhoff) abbia pure il centro comune ai due involucri: all'esterno la superficie b completamente nera, della sfera di raggio $\varrho > R_B$ concentrica alle precedenti, racchiuda dentro di sé il sistema formato dalla sfera C e dai due involucri perfettamente riflettenti. Il corpo C si trovi (in principio) in equilibrio calorifico: a un dato istante supponiamo distrutto l'involucro riflettente B; il corpo b raggerà calore in tutto lo spazio compreso tra la superficie di b ed il riflettore A. Di poi quando il corpo b si è posto in equilibrio calorifico, supponiamo che a un dato istante si ricostituisca l'involucro B e venga a sparire quello A. Poscia lasciamo diminuire il raggio dell'involucro B finchè il suo raggio divenga uguale ad R_A (l'involucro stesso durante l'ope-

(1) Vedi Nuovo Cimento, anno 1875, 2^a serie, vol. XIV, pag. 264, e la mia Memoria *Sopra i movimenti prodotti dalla luce e dal calore e sopra il radiometro di Crookes*. Firenze, Le Monnier 1876.

(2) Vedi la mia Memoria sopra citata, pag. 22.

« razione rimanendo sempre sferico). Con questo ciclo di operazioni, ciclo che
 « possiamo immaginare ripetuto un numero qualsivoglia di volte, si viene a
 « prendere una certa quantità di calore dal corpo b ed a trasportarla sul
 « corpo C . Sulla temperatura dei corpi b e C non abbiamo fatto veruna
 « ipotesi, possiamo supporre perciò la temperatura di C superiore quanto si
 « vuole a quella di b . Se si suppone che per una causa qualunque le tem-
 « perature iniziali del corpo b e di quello C restino invariate per quanto
 « l'uno perda e l'altro acquisti calore, si verrà così a far passare una quan-
 « tità di calore grande quanto si vuole da un corpo più freddo ad un altro
 « quanto si vuole più caldo.

« Il meccanismo dell'operazione descritta, dipende propriamente da
 « questo fatto: che se un corpo C di superficie s completamente nera si
 « trova in un involucro perfettamente riflettente Σ , se si viene a restringere
 « questo involucro, mantenendolo sempre chiuso, finchè venga ad aderire
 « alla superficie del corpo C , il corpo C viene a guadagnare una quantità
 « di calore

$$\Theta = \frac{2K}{\omega} \int_s \int_{\omega} t \cos \theta d\omega$$

« dove K è la quantità di calore emessa in un secondo dalla unità di su-
 « perficie di s ; ω è la superficie della semisfera di raggio 1; t il tempo
 « che impiega un raggio calorifico che parte dall'elemento ds a percorrere
 « il suo cammino, dal punto di partenza sino a che dopo successive rifles-
 « sioni, venga di nuovo ad incontrare la superficie di s ; θ è l'angolo che il
 « raggio stesso che parte da ds fa con la normale all'elemento stesso.

« Se il corpo C è una sfera di raggio ν , la superficie Σ è quella di
 « una sfera concentrica alla prima e di raggio R grandissimo rispetto a ν ,
 « l'integrale precedente si riduce a

$$\Theta = \frac{2K}{\nu} Rs$$

« essendo $s = 4\pi\nu^2$ e ν la velocità di propagazione di un raggio calorifico.
 « Quindi il corpo C guadagna, dopo questa operazione, una quantità di calore
 « uguale a Θ (1).

« Se invece l'involucro Σ rimanendo sempre sferico, il suo raggio varia
 « da R ad R' (con $R > R'$) il corpo nero guadagnerà una quantità di ca-
 « lore q ,

$$q = \frac{2K}{\nu} (R - R') s$$

(1) Qui l'A. salta alcuni §§ del testo.

« Le considerazioni precedenti ed il secondo principio di termodinamica
 « esigono che in questo caso per deformare l'involucro sia necessario eseguire
 « una quantità di lavoro $= E q$, essendo E l'equivalente meccanico del calore:
 « in tal caso per ispiegare la spesa di un tal lavoro l'ipotesi più semplice
 « che si possa fare è che, anche quando l'involucro non si deforma, ciascun
 « elemento di superficie provi una pressione, una repulsione per effetto dei
 « raggi calorifici emessi dal corpo nero che si trova al centro dell'involucro ⁽¹⁾.
 « In questa ipotesi è facile vedere che se s'indica con Q la quantità di
 « calore che un metro quadro di superficie dell'involucro riceve in un secondo,
 « quando il raggio dell'involucro è R e con p la forza repulsiva esercitata
 « dal fascio sopra lo stesso metro quadro di superficie, si avrà per una dimi-
 « nuzione δR piccolissima del raggio R

$$p \delta R = \frac{2 Q}{v} E \delta R$$

« onde

$$(1) \quad p = E \frac{2 Q}{v}$$

« Calcoliamo dietro questa formula la repulsione che un fascio solare
 « eserciterebbe sopra un metro quadro di superficie piana perfettamente riflet-
 « tente e normale alla direzione del fascio situata alla superficie della terra
 « (astrazione fatta s'intende dallo assorbimento del fascio calorifico dovuto
 « all'atmosfera). Per le esperienze di Pouillet

$$Q = 0,293 \ 833 \text{ calorie}$$

« Per le esperienze di Joule

$$E = 425$$

« ed accettando $v = 298 \ 000 \ 000$ metri, si ottiene $p = 0,84$ milligrammi per
 « metro quadro, ossia una pressione di 0,0084 milligrammi su decimetro
 « quadro ».

Riferirò ora l'esperienza in allora da me eseguita per provare che le

⁽¹⁾ Nella Memoria pubblicata dal Bartoli nel 1876 si trova a questo punto la Nota seguente « Ben presto in un'altra Memoria discuterò le varie ipotesi che si possono fare, « e dimostrerò come con altri meccanismi differenti da quello già indicato si riuscirebbe « ad ottenere lo stesso risultato ». Questa Nota è soppressa nel manoscritto che adesso pubblichiamo (Vedi Nota 2 a pag. 350).

radiazioni non possono produrre nessuna pressione e quindi nessun movimento in un sistema mobile perfettamente riflettente ⁽¹⁾.

« Se fosse vero che le radiazioni potessero direttamente produrre un movimento sia attrattivo, sia ripulsivo, è chiaro che questo movimento sarebbe ancor sensibile non solamente per l'incidenza normale ma anche per angoli di incidenza sensibilmente differenti.

« Perciò ⁽²⁾ in un pallone di circa tre decimetri di diametro ho fissato alla estremità di una leva formata da sottile lastrina di alluminio lunga circa 6 centimetri un disco orizzontale di alluminio di circa 6 centimetri di diametro: la leva era bilanciata dall'altra parte da un grosso pallino da caccia; era tenuta esattamente orizzontale per mezzo di quattro fili che la sostenevano alla maniera stessa del piatto di una stadera: i quattro fili erano poi portati da un sottilissimo filo d'argento. Un'altra volta in un pallone di uguali dimensioni ho introdotto, sospeso ad un ago di acciaio, un apparecchio formato da una lastrina orizzontale d'alluminio, che terminava con due dischi orizzontali d'alluminio con superficie brillante. La lastrina era lunga 7 centimetri e i dischetti avevano 3 centimetri di diametro. Infine in un terzo pallone un po' più piccolo del precedente ho sospeso nel suo centro, sopra un ago di acciaio, un disco di alluminio orizzontale annerito, di 10 centimetri di diametro: sopra il disco erano tracciati con una punta due diametri perpendicolari e ben visibili ».

« Nei palloni veniva poi fatto il vuoto più completo possibile ».

« Un fascio solare diretto o concentrato per mezzo di una lente sopra la lastrina o sopra i dischi, e facente un angolo di 30° a 40° con la normale alla superficie, non produceva sensibile deviazione nel sistema mobile ».

« Ho sperimentato anche con un fascio di luce polarizzata ⁽³⁾. Ho spinto concentrandola con una gran lente, l'intensità del calore a tal punto da storcere uno dei dischi: in questo caso solamente sono avvenute delle oscillazioni del disco, ma non un movimento proprio di rotazione. In queste

⁽¹⁾ Bartoli, *Sopra i movimenti prodotti* ecc. Firenze 1876, Le Monnier, pag. 49, 50 e 51.

⁽²⁾ Il Bartoli nel riportare il testo della sua Memoria del 1876 salta dopo questa parola alcuni periodi nei quali era descritta una esperienza da lui eseguita e diretta allo stesso fine delle altre.

A. R.

V. V.

⁽³⁾ Il Bartoli nel riportare il testo della sua Memoria del 1876 salta qui le parole seguenti: sia con uno specchio nero, sia con un grosso prisma di Nicol (prisma dell'Apparecchio di Ruhmkorff per l'azione del magnetismo sopra i corpi trasparenti); in questo caso però il fascio che si otteneva era necessariamente molto indebolito ».

A. R.

V. V.

« esperienze il sistema di sospensione era così delicato (un sottilissimo filo
« di argento o un piano di vetro sopra una punta di acciaio) il fascio calo-
« rifico così concentrato, che se veramente l'impulsione diretta delle radia-
« zioni fosse quella che nel radiometro di Crookes produce il movimento del
« mulinello, la leva in queste due ultime esperienze avrebbe dovuto, nel-
« l'istante in cui veniva a percuoterci il fascio solare, ricevere un urto così
« forte da farle fare centinaia di giri prima che si fermasse. Mi sembra
« quindi vittoriosamente dimostrato che non si può attribuire alla luce ordi-
« naria come alla luce polarizzata nessun sensibile potere impulsivo sopra i
« corpi su cui cade ».

Tali esperienze mi provarono allora la non esistenza di una pressione normale esercitata dalle radiazioni su una superficie riflettente. Ma per mettere d'accordo il risultato del procedimento indicato più sopra, col secondo principio di termodinamica, è sufficiente ammettere che una resistenza s'incontri nel muovere una superficie riflettente, o *in direzione opposta*, o *normalmente alla direzione* dei raggi incidenti ⁽¹⁾. Si può infatti immaginare in quel procedimento che l'involucro sferico perfettamente riflettente venga a restringersi per sovrapposizione di parti rimanendo sempre sferico. In questa ultima ipotesi si avrebbe dunque a incontrare resistenza a muovere nel suo piano una superficie piana perfettamente riflettente, su cui cadono normalmente delle radiazioni. In tal caso si deve dunque eseguire lavoro per muovere la superficie e questo lavoro deve servire (nel procedimento sopra indicato) a compensare la trasformazione inversa del calore a bassa temperatura in calore a temperatura alta quanto si vuole. Si domanda allora che cosa avverrà se si muove al solito modo lo specchio, senza che avvenga la trasformazione inversa? S'incontrerà ancora la stessa resistenza nel muovere lo specchio nel suo piano? Mi pare naturale ammettere di sì. E in tal caso in che cosa si trasformerebbe il lavoro speso ⁽²⁾?

(1) È questo uno dei punti oscuri a cui si accenna nella relazione.

A. R.

V. V.

(2) Il Bartoli pubblicò una Nota inserita nel fascicolo di Maggio e Giugno 1884 del N. Cimento dal titolo: *Il calorico raggianti e il secondo principio di Termodinamica*. Scopo di questo scritto è di rivendicare la priorità delle esperienze e dei ragionamenti esposti nella Memoria sopra citata stampata a Firenze nel 1876 rispetto a quelli del prof. H. T. Eddy dell'Università di Cincinnati, il quale aveva pubblicato nel luglio 1882 la Memoria: *Radiant heat an exception to the second law of thermodynamics* (Scient. Proc. of the Ohio Mechanic's Institute). In questa Nota del 1884 il Bartoli per istabilire la priorità riporta le stesse parti della Memoria del 1876 che sono trascritte nel lavoro che adesso pubblichiamo. Accenna pure ai meccanismi di cui è parola nella Nota 2 della pag. 2. Nella Nota stessa del 1884 il Bartoli parla di un suo manoscritto inviato alla Direzione del N. Cimento, avente lo stesso titolo della Nota medesima, cioè: « Il calorico raggianti e il secondo principio della termodinamica ». Questo lavoro era più esteso che non la

Se si osserva (per una nota relazione che è in armonia con le teorie di Maxwell) che le sostanze che più si avvicinano ad essere perfettamente

Memoria del 1876 ma non fu mai pubblicato. Però da questo lavoro inedito il Bartoli stralcì una parte che egli pubblicò nel N. Cimento in Appendice alla Nota del 1884, a cui ora accenniamo. Noi riportiamo qui integralmente questa Appendice, giacchè, come i lettori vedranno, nel paragrafo ove è esposta la 2^a ipotesi, si fa esplicitamente parola delle ricerche che adesso pubblichiamo ed è, a nostra cognizione, l'unico cenno che si abbia del Bartoli sopra l'argomento, posteriore alla presentazione del plico suggellato all'Accademia.

Ecco l'Appendice:

DI VARIE IPOTESI PER METTERE D'ACCORDO I RESULTATI DELLA TEORIA DEL RAGGIAMENTO COL SECONDO PRINCIPIO DI TERMODINAMICA.

« In quel primo lavoro (1) che aveva il titolo stesso della precedente Nota (2) esponeva a tale scopo varie ipotesi, che voglio accennare qui; quantunque alcune di queste non offrano grande probabilità ed un interesse più che altro relativo alla storia dei tentativi fatti per scoprire la verità, nel campo delle scienze sperimentali.

1^a ipotesi. — Di una pressione esercitata dalle radiazioni sulle superficie sulle quali percuotono. È l'ipotesi le cui conseguenze studiai sperimentalmente nella mia Memoria sopra i movimenti ecc. sopracitata.

2^a ipotesi. — Considerando bene i meccanismi delle operazioni con le quali si ottiene di far passare calore da un corpo più freddo ad uno più caldo, si vede che in tutti occorre che una superficie si venga a muovere perpendicolarmente alle radiazioni: così l'involucro sferico che si distrugge: o lo specchio sferico di gran diametro che viene gradatamente a restringersi: o lo stantuffo speculare che scorre entro un cilindro indefinito, ce ne offrono tanti esempi: basterebbe supporre *in tutti questi casi che occorresse un lavoro per muovere una superficie speculare perpendicolarmente alle radiazioni alle quali è esposta, lavoro il cui minimum sarà facile determinare in armonia col secondo principio.*

« Dei tentativi sperimentali in questo senso furono da me fatti a Bologna nell'estate 1874 coi mezzi che aveva messi a mia disposizione il mio maestro ed amico prof. Emilio Villari; io faceva oscillare nel vuoto una lunghissima leva orizzontale portante ad uno estremo un leggero specchio verticale di 40 centimetri quadri di superficie fissato perpendicolarmente alla leva: si faceva lungamente oscillare il sistema prima nell'oscurità poscia con un fascio solare mantenuto con un eliostato perpendicolare allo specchio. Il decremento logaritmico delle ampiezze (calcolato dietro centinaia di oscillazioni) che era nel primo caso 0,35 984 si ridusse a 0,34 439 nel secondo caso (la prima e l'ultima ampiezza di oscillazione essendo nei due casi sensibilmente uguale): ma rimasi incerto se questa diminuzione fosse da attribuire alla perturbazione che il fascio solare introdotto nell'apparecchio produceva sul sistema mobile: perturbazione che mi fu impossibile evitare. Ho ripreso poi l'esperienza sotto forma diversa e assai più atta a con-

(1) Si intende il lavoro rimasto inedito.

A. R.
V. V.

(2) Si intende la Nota del 1884 che precedeva questa appendice.

A. R.
V. V.

riflettenti sono quelle che godono della maggiore conducibilità elettrica, viene subito il sospetto che tale lavoro speso, possa, sperimentando in condizioni convenienti, essere trasformato in corrente elettrica che circoli o tenda a circolare per lo specchio buon conduttore in movimento, in una direzione dipendente dal senso del movimento dello specchio. In tale ipotesi è facile calcolare il lavoro necessario per muovere (nel suo piano) di un metro lineare un metro quadro di superficie piana perfettamente riflettente percossa normalmente dalle radiazioni solari (supposto nullo l'assorbimento delle radiazioni dovute all'atmosfera).

Si abbia infatti un involucro sferico perfettamente riflettente, della superficie di un metro quadro $\left(\text{il raggio dello involucro sarà } r = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \right)$. Sia

durre a qualche risultato decisivo, e i risultati, quantunque per ora incompleti, li ho consegnati a un plico suggellato, che fu affidato nel marzo 1882 ad una illustre Accademia.

3^a ipotesi. — Che il potere emissivo di un corpo, il quale come ha dimostrato il Clausius, deve dipendere (in coerenza col 2° principio di termodinamica) anche dalla qualità del mezzo che circonda i corpi, debba dipendere anche dalle condizioni e circostanze dei corpi ai quali esso invia o coi quali esso scambia radiazioni ⁽¹⁾: per modo che esso potere divenga nullo nel caso di un corpo circondato da un involucro perfettamente riflettente e così piccolo, nel caso di un involucro che non riflette completamente, che in questo ultimo caso la *trasformazione calorifica diretta*, passaggio cioè di calore allo specchio, equivalga a quella inversa che si effettua con una delle operazioni da me indicate: e questa ipotesi tornerebbe a rigettare l'altra dell'equilibrio mobile o del raggiamento ora da tutti ammessa. Ma questa ipotesi poco probabile in sè si presta poco bene a un tentativo che permetta di giudicarne.

4^a ipotesi. — A considerare l'etere o il *quid* che trasmette le radiazioni nel vuoto di materia ponderabile come un mezzo materiale (quantunque leggerissimo) e capace in certo modo di aver gradi di temperatura diversi; e che le radiazioni che vi sono trasmesse provino nel propagarsi una specie di attrito il quale ne assorbirebbe una parte: e questa parte dovrebbe esser tale da compensare la trasformazione calorifica inversa che si fa nelle operazioni da me immaginate per far passare calore dal corpo più caldo a quello più freddo ⁽²⁾. Sarebbe questa ipotesi non discorde dalle conseguenze a cui è giunto il Müller ⁽³⁾ in una sua rimarchevole memoria nella quale con mezzi delicatissimi misura le variazioni di velocità che provano le radiazioni col variare della intensità della radiazione e del numero delle vibrazioni corrispondenti.

« Queste erano le ipotesi che io discuteva allora: le ho trascritte qui, quasi con le stesse parole.

A. BARTOLI "

A. R.

V. V.

(1) Clausius, *Pogg. Ann.* Bd. CXXI. s. 1. anno 1864 e Wülner, *Physik*, Leipzig 1875. Bd. III. s. 216-217

(2) L'A. manifestamente scambia qui fra loro per inavvertenza le parole *caldo* e *freddo*.

A. R.

V. V.

(3) *Pogg. Ann.* CXLV, 86; anno 1872.

nel centro dell'involucro un punto sorgente di radiazioni il quale emetta in un secondo una quantità di radiazioni equivalente a 0,294 calorie. Il lavoro necessario per deformare l'involucro finchè decrescendo di raggio venga a ridursi infinitamente piccolo sarà (in chilogrammetri):

$$425 \times 0,294 \times \frac{v}{298\ 000\ 000} = 0,1183 \times 10^{-6} \text{ (1)}$$

Se dunque un metro quadro di superficie percossa normalmente dai raggi solari si muovesse nel suo piano con la velocità di un metro a secondo potrebbe far nascere una corrente elettrica che nelle migliori condizioni non potrebbe mai superare $8,147 \times 10^{-6}$ (espressa in unità Jacobi), corrente che è possibile apprezzare e misurare con un buon galvanometro a specchio (2).

Io ho cercato se veramente si potevano ottenere correnti elettriche col movimento rapido di un disco d'argento, sotto l'azione di un intenso fascio di raggi solari che lo colpivano normalmente.

Le figure I e II danno un'idea del modo con cui fu eseguita l'esperienza.

La figura I rappresenta la proiezione verticale, e la figura II la proiezione orizzontale dell'apparecchio.

(1) Qui l'A. tralascia un fattore 2. Infatti egli applica la formula scritta precedentemente $\Theta = \frac{2K}{v} Rs$ da cui risulta il lavoro $E \frac{2K}{v} Rs$, ove è da prendersi $E = 425$, $Ks = 0,294$, $v = 298 \times 10^6$, $R = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$. Si ottiene quindi $0,2366 \times 10^{-6}$, il doppio cioè di quanto l'A. trova.

A. R.

V. V.

(2) Ecco, secondo quanto ci suggerisce il prof. Stracciati, il modo con cui probabilmente il Bartoli avrebbe condotto questo calcolo.

Supponiamo che il lavoro $0,1183 \times 10^{-6}$ equivalente a $2,78 \times 10^{-7}$ piccole calorie, venga impiegato a decomporre dell'acqua. L'idrogeno prodotto dovrebbe essere in quantità tale che bruciando dovrebbe produrre la detta quantità di calore. Si troverebbero così $\frac{2,78 \times 10^{-7}}{34\ 000 \times 0,089} = 9,19 \times 10^{-8}$ cm³. di idrogeno nelle condizioni normali di pressione e temperatura che corrispondono a $0,137 \times 10^{-6}$ cm³. di gas tonante. Ora una corrente di intensità 1 (unità Jacobi) produce in un minuto primo 1 cm³. di gas tonante nelle condizioni normali di pressione e temperatura, quindi la stessa quantità di gas tonante dovuta al lavoro: $0,1183 \times 10^{-6}$, si otterrebbe in un minuto secondo con una corrente d'intensità $8,2 \times 10^{-6}$ circa, misurata in unità Jacobi. Di qui l'enunciato del Bartoli. La corrispondenza del risultato prova la giustezza della interpretazione dello Stracciati; ma è pur forza osservare che il calcolo del Bartoli è arbitrario.

A. R.

V. V.

Sopra un disco *H* di lastra di rame grossa 4 millimetri e di 80 centimetri di diametro è solidamente fissata una striscia LMP di rame, perfetta-

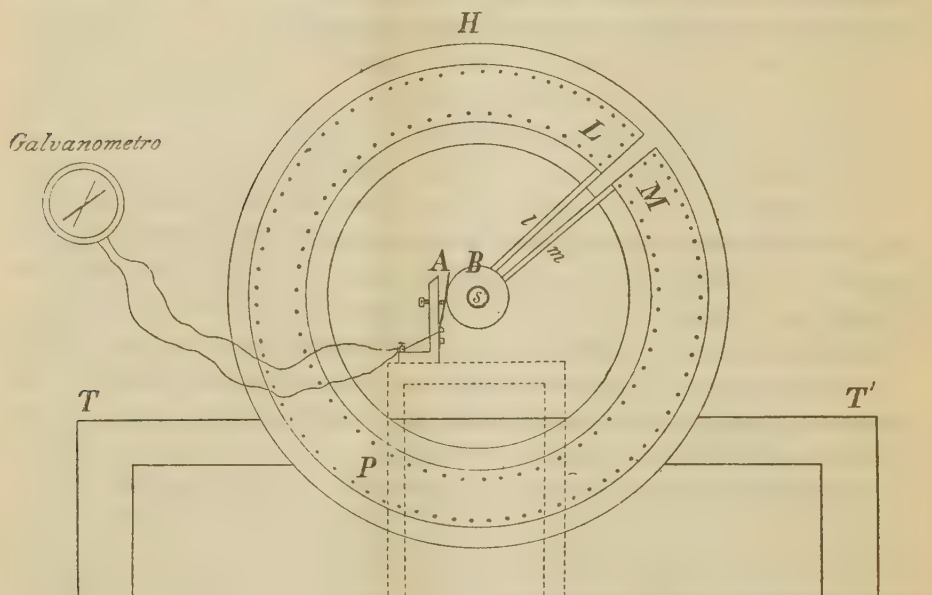


Fig. 1.

tamente inargentata in modo da riflettere oltre il 92 per 100 delle radiazioni incidenti. Questa striscia è isolata sopra pezzi di legno ben secco, bolliti

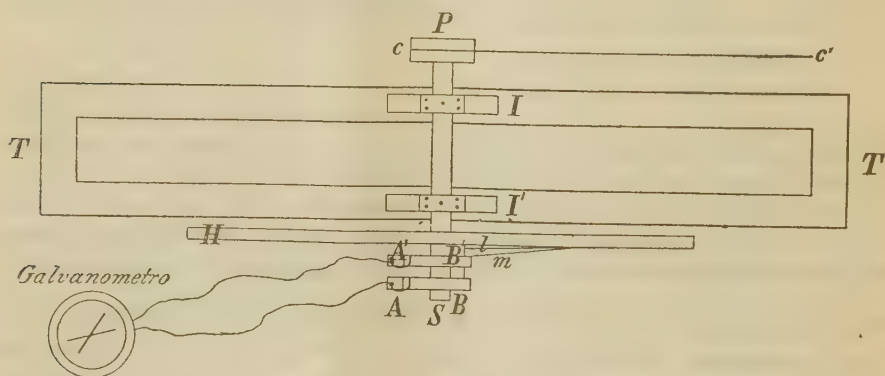


Fig. 2.

nell'olio di lino, ai quali è invariabilmente collegata con grandissimo numero di viti di ottone: i due estremi L ed M di questa striscia, per mezzo di due nastri di rame *l* ed *m* sono invariabilmente collegati con due armille di rame B, B' spesse 3 millimetri, isolate su due rotelle di ebanite di

quasi 4 centimetri di diametro: tanto il disco di rame H quanto le due rotelle B, B' sono solidissimamente fissate normalmente ad un asse di acciaio PS, del diametro di oltre 3 centimetri, più grosso nel mezzo. Sopra le due armille di rame B e B' premono due molle A, A' di rame, isolate, che per mezzo di serrafili di rame e di due grossi fili di rame comunicano col telaio di un galvanometro a specchio di Magnus, a piccola resistenza, col sistema reso quasi completamente astatico ⁽¹⁾.

L'asse d'acciaio PS appoggiato sopra cuscinetti di bronzo, sostenuti da un solidissimo banco da tornio T, T' del peso di oltre 1000 chilogrammi, invariabilmente fissato al suolo. Si poteva imprimere un rapidissimo movimento di rotazione al disco H agendo per mezzo di cinghie di cuoio sulla puleggia P di ferro del diametro di circa 4,5 centimetri. Il movimento veniva impresso col mezzo di due grandissime ruote, a ciascheduna delle quali erano applicati 6 e sino ad 8 uomini. Un contatore simile a quello della ruota dentata di Savart permetteva contare il numero di giri fatti dal disco H in un determinato tempo. Dopo circa una mezz'ora di azione si riusciva a dare al disco H la massima velocità che fu di circa 100 a 150 giri al secondo: in tal caso la velocità di ogni punto della striscia LPM era da 240 a 410 metri al secondo.

Mi assicurava prima di cominciare che un fascio di raggi solari concentrati sulla striscia LPM per mezzo di specchi piani e concavi, non produceva alcuna corrente termoelettrica che facesse deviare il galvanometro più di due o tre millimetri della scala: mi assicurava anche che durante il movimento del disco, nessuna corrente termoelettrica (per il riscaldamento delle armille premute dalle molle o per altra causa) facesse deviare il galvanometro, mentre il disco girante era allo scuro. Quando l'ago del galvanometro era immobile e che il disco girante aveva acquistata la sua massima velocità si faceva cadere (sollevando dei diaframmi) il fascio solare sulla striscia LPM (su metà circa della striscia): si osservava subito al galvanometro una deviazione che arrivò in qualche caso a 42 millimetri. *Questa deviazione fu sempre osservata.* Essa dipendeva dal senso della rotazione del disco; infatti girando in senso opposto con la stessa velocità si aveva quasi la stessa deviazione galvanometrica (38 millimetri) ma in senso opposto. *Questa deviazione era pure dipendente dalla velocità di rotazione:* così con una velocità di rotazione metà circa di quella massima, si otteneva una deviazione di circa 20 millimetri, cioè all'incirca la metà della deviazione precedente. La deviazione galvanometrica persisteva finchè durava il sole a percuotere sulla striscia argentata rotante: occultando i raggi coll'abbassare

(1) Era un galvanometro a specchio a due aghi, sistema Magnus, costruito dal Sauerwald di Berlino.

un diaframma il galvanometro ritornava a zero: risollestando il diaframma il galvanometro di nuovo deviava.

Le esperienze furono fatte nei mesi di Agosto-Settembre 1880 (milleottocentottanta) nella scuola di disegno che si trova al piano terreno dell'Istituto tecnico di Firenze: fui coadiuvato in tali esperienze dal dott. Guido Alessandri allora mio aiuto, ora professore nel R. Liceo di Potenza. Debbo pure ringraziare per lo zelo e per la intelligenza con cui mi secondarono il sig. Raffaello Turchini meccanico di questo Gabinetto fisico, nonchè tutto il personale dei Gabinetti di Fisica e di Meccanica di questo Istituto.

Non ho ancora, per mancanza di un motore sufficiente e di adatto locale, potuto continuare queste esperienze, che ho qui indicate per prender data, contentandomi di affermare l'esistenza del fatto da me scoperto: mi riservo ad altro tempo a ritornare sullo stesso argomento con mezzi migliori, per determinare le leggi che regolano il fenomeno.

Fisica. — *Relazione fra il doppio legame e l'assorbimento nello spettro ultravioletto* ⁽¹⁾. Nota dal dott. R. MAGINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

1. L'esame degli spettri ultravioletti dei biderivati benzenici eseguito precedentemente ⁽²⁾ studiando l'assorbimento degli isomeri *orto*, *meta*, *para*, mi condussero alla conclusione che i composti di tale serie presentano un assorbimento il cui ordine di grandezza è quello degli assorbimenti metallici. Ad eguale conclusione era giunto il Paner ⁽³⁾ studiando i seguenti composti: benzene, toluene, orto-, meta- e para-xilene, benzene monoclorato, monoiodato e monobromato; anilina, nitrobenzene, azobenzene, amidoazobenzene. Questi composti, al pari degli altri dodici da me studiati e cioè i fenoli bivalenti, gli acidi ossibenzoici, amidobenzoici e ftalici, presentano *tutti* degli assorbimenti intensissimi ed assai lontani, per grandezza, da quelli ordinariamente mostrati dagli altri composti organici incolore. Inoltre i loro spettri sono caratterizzati da spiccate bande di assorbimento. Il benzolo, per esempio, che è uno dei più trasparenti della serie benzenica, mostra un energico assorbimento (Pauer, l. c.) anche se studiato con lo spessore di un *micron*; altrettanto avviene per il toluolo con lo spessore di un mezzo *micron*.

Dei composti da me studiati, l'assorbimento minore è presentato dalla resorcina, la quale passare inalterato lo spettro ultravioletto, con lo spessore di un centimetro, se la sua soluzione ha la diluizione di $\frac{1}{2000}$ nor-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico dell'Università di Pisa.

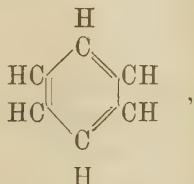
⁽²⁾ Rendiconti dei Lincei, Vol. XII, 2° sem., s. 5ª, fasc. 2° e 7°.

⁽³⁾ Wied. Ann. B. 61, 1897.

male. Altri composti lasciano passare tutti i raggi sino a $\lambda = 2300$, alle successive diluizioni $1/4000$, $1/5000$ normale; mentre a tale diluizione sono ancora assorbenti gli acidi orto- e meta- ossibenzoici; e gli acidi tereftalico, paraossibenzoico, para-amidobenzoico lo sono ancora rispettivamente alle diluizioni $1/8000$, $1/10000$ normale.

L'energico potere assorbente di tutti questi composti colpì la mia attenzione e pensai che tale singolare proprietà potesse costituire una caratteristica della catena benzenica o, quanto meno, di qualche suo elemento. E mi feci l'ipotesi che una tale influenza fosse esercitata dai *doppi legami*, che compariscono appunto in tutte le formole dei composti esaminati e che l'assorbimento fosse in una certa dipendenza della *natura* dei legami, quali sono immaginati e definiti dalle teorie moderne della stereochimica.

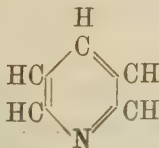
2. Esclusa l'ipotesi che l'enorme assorbimento sopra descritto potesse derivare dalla *catena chiusa* (mostrerò nel seguente paragrafo che il fenomeno si riscontra anche nei composti alifatici), per rendersi conto, per esempio, dell'assorbimento del benzene



non rimangono in campo che due sole ipotesi: o esso deriva dai sei gruppi CH o deriva dai doppi legami. Ma è facile persuadersi che la prima ipotesi è inammissibile. Infatti i gruppi CH non portano nessun assorbimento negli zuccheri e negli acidi tartarici, che sono invece trasparentissimi ai raggi ultravioletti.

Si noti che il saccarosio, che secondo la formola data da Tollens e da Fischer, contiene otto gruppi CH, è trasparentissimo, trasmettendo lo spettro, con una soluzione di 250 gr. in un litro di acqua e con lo spessore di 10 cm., sino alla lunghezza d'onda $\lambda = 2217,8$ (1). E altrettanto accade per il glucosio.

Resta allora la seconda ipotesi, quella dei doppi legami. Incomincerò dal considerare l'assorbimento presentato da composti un po' diversi, anzi chimicamente assai lontani dal benzene. La piridina



studiata dal Pauer allo stato di liquido puro e con uno spessore infinitesimo

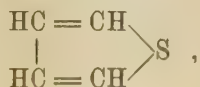
(1) Soret, Arch. de Gen., P. III., T. 10, n. 11, 1883.

(fra lastrine di quarzo compresse l'una contro l'altra) trasmetteva lo spettro sino a $\lambda = 2837$, e si mostrava quindi energicamente assorbente. Rifacendo le esperienze con le sue soluzioni, ho avuto, per lo spessore di 1 cm., i seguenti risultati:

sol. $\frac{1}{10}$ normale	trasmette sino $\lambda = 2782$
" $\frac{1}{100}$ "	" " $\lambda = 2739$
" $\frac{1}{1000}$ "	{ banda di ass. da $\lambda = 2598$ a $\lambda = 2430$	" " $\lambda = 2310$
" $\frac{1}{2000}$ "	{ forte indebolimento dello spettro fra $\lambda = 2552$ e $\lambda = 2460$	" oltre $\lambda = 2300$
" $\frac{1}{3000}$ "	trasmette integralmente lo spettro.	

L'assorbimento della piridina risulta quindi dello stesso ordine di grandezza di quelli esaminati precedentemente. Il prodotto studiato era di Kahlbaum.

Il tiofene



esaminato anch'esso dal Pauer sotto uno spessore infinitesimo, trasmette lo spettro sino a $\lambda = 2540$. Le sue soluzioni si comportano come quelle della piridina; però l'assorbimento è un poco più piccolo.

3. Ora, se l'assorbimento intenso è originato in tutti questi corpi dal doppio legame, si dovrà notare lo stesso fatto anche all'infuori delle catene chiuse e precisamente nei composti alifatici non saturi. Ed è quello che realmente avviene. Tenendo presente la osservazione già fatta per i gruppi CH, ho confrontato l'*alcool allilico*

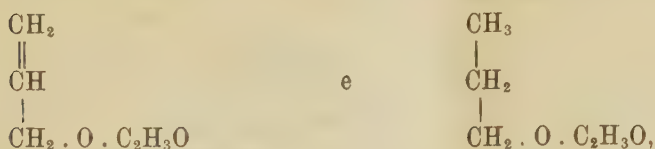


coll'*alcool propilico normale*



ebbene, mentre quest'ultimo trasmette integralmente lo spettro, cioè oltre $\lambda = 2300$, anche con lo spessore di cm. 5, l'alcole allilico, con lo spessore di 1 cm., assorbe tutti i raggi più refrangibili di $\lambda = 3020$ ed esercita una forte azione su una larga parte dell'ultravioletto, indebolendolo sino da $\lambda = 3200$ circa. Anche questi prodotti erano di Kahlbaum.

Un altro confronto fra l'*acetato di allile* e l'*acetato di propile*

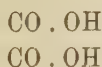


conduce alle stesse conseguenze. Infatti con lo spessore di 1 cm. l'*acetato di propile* trasmette lo spettro sino a $\lambda = 2490$, mentre l'*acetato di allile* assorbe tutti i raggi più refrangibili di $\lambda = 3385$, indebolendo gli altri per una larga zona. I prodotti esaminati furono forniti da Kahlbaum.

Ma una prova più palpabile e più semplice è offerta dai due *acidi maleico e fumarico*



già completamente da me studiati nella Nota precedente sulle isomerie stereochemiche. Ambedue sono energicamente assorbenti e le loro soluzioni alcooliche non lasciano passare tutti i raggi dello spettro, con uno spessore di 1 cm., che alla diluizione di $\frac{1}{2500}$ normale. Anche per essi si può fare la stessa considerazione che per il benzolo: per esempio, per l'*acido maleico*, o l'assorbimento proviene dai gruppi CH, il che evidentemente non è, o dai gruppi carbossili CO.OH. Studiando l'*acido ossalico* (di Kahlbaum)

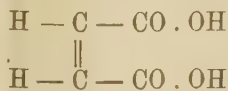


ho avuto i seguenti risultati, per lo spessore di 1 cm.:

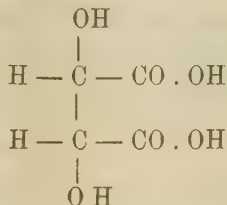
sol. normale	trasmesso sino $\lambda = 3009$
" $\frac{1}{41873}$ "	" " $\lambda = 2838$
" $\frac{1}{10}$ "	" " $\lambda = 2706$
" $\frac{1}{20}$ "	" " $\lambda = 2588$
" $\frac{1}{50}$ "	" " $\lambda = 2344$
" $\frac{1}{60}$ "	" " $\lambda = 2300$

Ebbene: l'*acido maleico* sotto lo stesso spessore in soluzione $\frac{1}{75}$ normale, trasmette lo spettro soltanto sino a $\lambda = 2844$. Se dunque l'assorbimento dei due acidi non dipende dai gruppi componenti, esso deve derivare dal doppio legame.

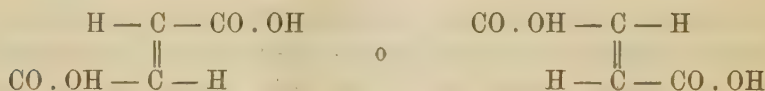
Ad eguale constatazione si giunge anche per altra via. Se si confronta l'assorbimento presentato dall'*acido maleico*



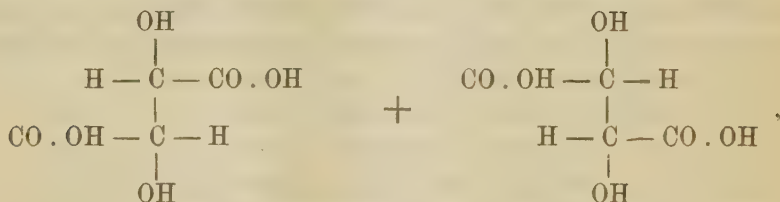
con quelle dell'*acido tartarico inattivo*



e l'assorbimento dell'*acido fumarico*



con quello dell'*acido racemico*



si scorge subito una grande sproporzione, malgrado i gruppi a comune e malgrado il fatto accertato in tutti i lavori sull'ultravioletto, che cioè gli idrossili non portano alcun assorbimento. Infatti l'acqua, gli zuccheri e gli alcoli saturi sono perfettamente trasparenti.

Paragonando i dati numerici esposti nella Nota precedente, si vede che una soluzione concentrata di acido tartarico, corrispondente ad 1 gr. mol. in l. 0,470 di acqua, esercita, a parità di spessore, lo stesso assorbimento delle soluzioni di acido maleico o fumarico rispettivamente corrispondenti a 1 gr. mol. in circa 500 e 400 litri di acqua. In altre parole una soluzione concentrata di acido tartarico presenta lo stesso spettro di una soluzione di acido maleico o fumarico diluita di oltre 1000 od 800 volte, in confronto della prima.

Da ciò apparisce l'enorme differenza fra il potere assorbente dell'acido tartarico e quello dell'acido maleico o fumarico; differenza che è soltanto spiegabile coll'influenza del doppio legame.

4. Premessi questi dati sperimentali e relative considerazioni, mi sembra manifesta l'influenza esercitata dal doppio legame sul fenomeno dell'assorbimento dei raggi ultravioletti, e mi sembra anche che quell'influenza sia di un tale ordine di grandezza da far credere che il doppio legame abbia una parte precipua fra gli elementi che concorrono a determinare il fenomeno. E sembra anche che tale influenza sia in particolar modo riserbata alla regione ultravioletta dello spettro. Infatti risulta dai lavori eseguiti nella parte ultrarossa da Zisigmondy ⁽¹⁾ e da Puccianti ⁽²⁾, che gl'idrocarburi della serie aromatica presentano per i raggi ultrarossi un assorbimento che non è certamente più grande di quello presentato dagli alcoli, dagli eteri, dai composti alogenati di metile e di etile. Lo stesso alcole allilico presenta un assorbimento che non differisce che insensibilmente da quello dell'alcole etilico.

Nella parte visibile al contrario, ove mancano lavori sull'assorbimento, l'influenza ottica del doppio legame è un fatto accertato. È noto infatti che la regola di Landolt, cioè che la rifrazione molecolare di un composto è sensibilmente la somma delle rifrazioni atomiche elementari e che la rifrazione stessa è per conseguenza una proprietà additiva, soffre delle restrizioni. Gladstone aveva già mostrato che molte combinazioni della serie aromatica obbedivano alla suddetta legge; Brühl scoprì che nel benzolo vi è un eccesso di rifrazione molecolare in confronto di quella calcolata colla semplice regola sommatoria e che questo eccesso corrisponde a circa tre volte l'aumento prodotto nei composti della serie alifatica da un doppio legame fra carbonio e carbonio. È noto anche che Brühl ⁽³⁾ nei suoi classici lavori, indicò che tali considerazioni conducevano ad ammettere per il benzene la formola di Kékulé, e che era possibile trarre dalle misure della refrazione molecolare di un composto delle conclusioni intorno alla sua struttura intima. La regola di Brühl, per quanto combattuta in seguito all'esame di composti benzenici con catene laterali non sature o di composti appartenenti a serie superiori, è rimasta fondamentalmente accertata.

Orbene, l'influenza ottica del doppio legame o dei doppi legami nella parte spettrale ultravioletta è ancora più facilmente visibile mediante il fenomeno dell'assorbimento, come risulta dalle esposte considerazioni. Si può del resto anche pensare che i due fatti, l'alto potere rifrangente nella parte

⁽¹⁾ Wied. Ann. Vol. 57, 1896.

⁽²⁾ Nuovo Cimento, s. IV, t. XI, 1900.

⁽³⁾ Brühl, Ann. 200, 139; 203, 1, 255, 363; 211, 121, 371; 235, 1; Z. Physik. Chem. 1, 307; 7, 1 140; Bericht e di Berl. 24, 1815.

visibile ed il forte assorbimento a bande nella regione ultravioletta, siano fra loro intimamente connessi. E ciò in conformità della teoria della dispersione di Helmholtz.

5. L'enorme assorbimento in discorso e la presenza delle bande, spiegate dalla teoria come fenomeno di risonanza destata nelle particelle dei corpi dalle oscillazioni dell'etere che hanno il medesimo periodo di quelle che potrebbero compiere le particelle stesse, inducono a pensare se non sia il caso di credere che il doppio legame introduca e determini nelle molecole, qualsiasi i gruppi componenti, un periodo di vibrazione corrispondente a quello, almeno entro certi limiti, dei rapidissimi raggi ultravioletti.

In relazione a ciò si potrebbe mettere il fatto che il doppio legame non è da pensarsi come un legame più intimo e più forte, ma perfettamente il contrario. Brühl⁽¹⁾ ha infatti dimostrato che molti fatti, specialmente fisici, mostrano che il doppio legame è meno *forte* di un legame semplice. Le olefine, per es., vengono spezzate dall'ossidazione precisamente nel posto del doppio legame.

In altre parole il doppio legame creerebbe nella molecola una maggiore attitudine a vibrare con certi determinati periodi, mantenendola in uno stato di equilibrio più facilmente perturbabile, in conseguenza di un maggior grado di libertà.

6. Concludendo, credo di potere asserire che nel fenomeno dell'assorbimento entri pochissimo la natura dei gruppi componenti la molecola di un composto. È caratteristico a questo proposito il risultato ottenuto in un mio lavoro precedente; confrontando tra loro gli assorbimenti dei fenoli bivalenti, degli acidi ossibenzoici e degli acidi ftalici, mostrai che mentre l'introduzione di un carbossile nella catena benzenica rinforza l'assorbimento, l'aggiunta di un altro carbossile annulla quasi del tutto gli effetti provocati dal primo gruppo, contrariamente alle previsioni e alla teoria di Spring che ritiene l'assorbimento di un composto eguale alla somma degli assorbimenti dei singoli gruppi.

Credo invece che l'assorbimento sia determinato in prevalenza dalla *configurazione molecolare* per una parte, per l'altra dalla *natura dei legami*.

(¹) Brühl, Liebig's Ann. d. Chem. 211, 162.

Fisica. — *Sull'attrito interno dei liquidi isolanti in un campo elettrostatico costante*. Nota di A. POCHETTINO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Gli sperimentatori i quali, per studiare se un campo elettrostatico costante abbia influenza sulla viscosità di un liquido isolante, posto in esso, usarono per determinarla il metodo di Poiseuille (¹), giunsero alla conclusione che questa influenza non esiste. Al contrario quegli sperimentatori che usarono altri metodi (²) giunsero al risultato che l'influenza esiste e varia da liquido a liquido.

Riguardo all'uso del metodo di Poiseuille, che è certo quello più comodo per la determinazione della costante d'attrito, si presenta grave una obbiezione: se cioè, data la necessità di contenere il liquido entro il tubo capillare di vetro, si sia sicuri dell'esistenza del campo elettrico in seno al liquido. Le difficoltà incontrate dal Bouty, nelle sue esperienze sulla cosiddetta *coesione elettrica* dei gas, per avere un campo elettrostatico in un gas chiuso in un recipiente di vetro, e il nessun accenno che gli sperimentatori con questo metodo fanno d'essersi accertati dell'esistenza di un campo elettrostatico nell'interno del liquido, fanno dubitare molto di essa e quindi non permettono di accettare con piena fiducia le loro conclusioni, specialmente poi quando si operi su liquidi di ben dubbio potere isolante come la glicerina, l'alcool etilico, l'etere e l'acqua distillata.

Non meno gravi sono le obbiezioni che d'altra parte si possono elevare alle esperienze degli altri.

Il Quinke misura lo smorzamento delle oscillazioni di una bilancia equilibrata, la quale porta attaccato ad uno dei bracci mediante fili di seta una sfera di sostanza isolante (vetro, quarzo, ecc.), che viene a trovarsi immersa nel liquido da studiare fra i due piatti di un condensatore.

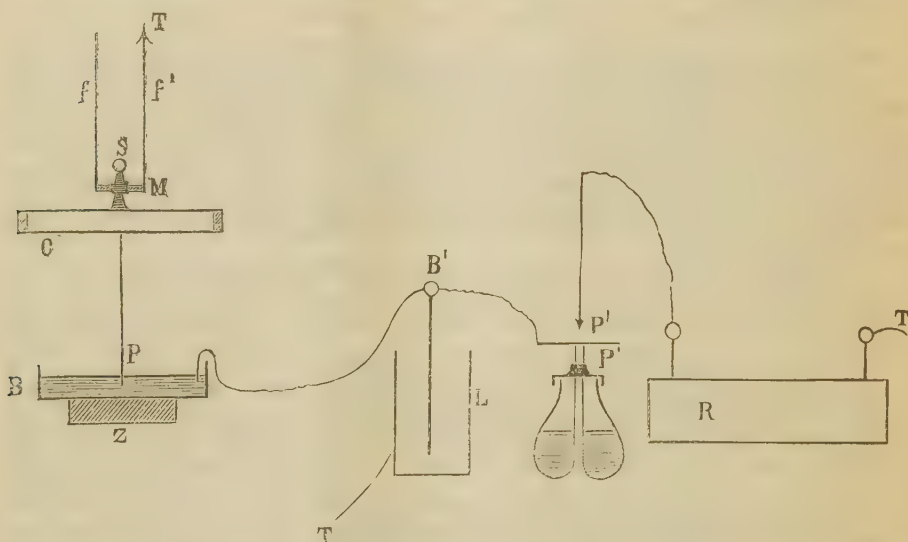
Egli trova che l'influenza in questione esiste e consiste in un accrescimento molto rilevante della viscosità, e che questo aumento di viscosità è direttamente proporzionale alla costante dielettrica del liquido e all'intensità del campo. Il metodo non permette dubbi sull'esistenza del campo nel liquido, ma presenta l'incertezza se l'effetto non sia da attribuirsi o ai moti vorticosi che si producono nel liquido sotto l'influenza del campo elettrostatico, o alle rotazioni che le sfere compiono sotto l'influenza del campo, o

(¹) W. König, Wied. Ann. 1885, 25, pag. 618; Pacher e Finazzi, Atti R. Ist. Ven. 1899-1900, 59, parte II, pag. 389.

(²) G. Quinke, Wied. Ann. 1897, 62, pag. 1; U. Duff, Phys. Rev. 1896, pag. 23.

finalmente ad un fenomeno d'isteresi dielettrica della sostanza costituente la sfera. Tutte queste possibili cause d'errore rendono un po' dubbia l'attendibilità dei risultati ottenuti dal Quincke.

Meno criticabili sono le esperienze del Duff: per determinare la costante di attrito egli misura il tempo che una pallina di vetro o di piombo oppure una goccia di mercurio impiega a cadere per un certo tratto nell'interno



della massa liquida; ora ci si può domandare se si è sicuri che nel tratto di liquido in cui v'è il campo, le palline cadano verticalmente oppure, grazie ad una dissimetria o a qualche traccia di conducibilità del liquido, la pallina non subisca delle rotazioni che naturalmente porterebbero una notevole causa d'errore. Al primo dubbio Duff risponde con esperienze di controllo; quanto al secondo dubbio potrebbe opporsi la considerazione che da queste esperienze risulterebbe che l'influenza del campo elettrostatico non è, per così dire, dello stesso segno per tutti i liquidi, per esempio si risolverebbe per l'olio di castoreo in un aumento, per l'olio pesante di paraffina al contrario in una diminuzione di viscosità; in ambedue i casi l'effetto è piccolissimo e dello stesso ordine degli errori d'osservazione.

Ad ogni modo, come si vede da questo breve riassunto, le esperienze su questo argomento non sono molte nè concordanti; ho creduto perciò non inutile istituire alcune esperienze sulla questione cercando di usare un metodo che fosse il più possibilmente al coperto da obbiezioni.

Il metodo da me usato è quello ideato dall'Helmholtz e studiato ed usato da O. E. Meyer, consistente nel misurare lo smorzamento di un vaso cilindrico o sferico, contenente il liquido da studiare, appeso ad un sistema monofilare o bifilare di torsione.

La disposizione sperimentale è senz'altro evidente dalla figura qui riportata.

Il liquido da studiare è contenuto nel condensatore cilindrico C formato da due dischi metallici separati da un anello di ebanite portata a pulimento colla massima cura; il liquido viene introdotto nel condensatore per un foro praticato nel piatto superiore, foro che durante le esperienze viene chiuso mediante un piccolo dischetto di vetro. Il piatto superiore porta un attacco M per sospensione bifilare con lo specchietto S, il piatto inferiore porta uno stilo d'ottone lungo circa 30 cm. P alla cui estremità è fissato un filo di platino platinato e arroventato e raffreddato più volte. L'estremità inferiore di questa punta di platino viene a trovarsi immersa in una bacinella B contenente acqua salata e sostenuta da uno zoccolo Z di paraffina. Il sistema bifilare è formato da due fili di acciaio molto lunghi fissati ad una testa di torsione in ottone. L'acqua della bacinella è in comunicazione metallica col bottone B dell'armatura interna di una bottiglia di Leyda la cui armatura esterna è al suolo, e quindi col piatto p di un isolatore Mascart di fronte al quale piatto trovasi un punto p' in comunicazione con un polo del secondario d'un rocchetto, l'altro polo del quale è a terra insieme colla testa di torsione del bifilare.

Onde evitare variazioni dannose di temperatura, le esperienze vennero eseguite nella camera a temperatura costante situata nelle cantine del R. Istituto Fisico di Roma (1); la testa di torsione era fissata alla volta della camera.

Le esperienze si conducevano sempre alternatamente col condensatore scarico e carico e si seguiva rigorosamente questo procedimento: Si scostava l'apparecchio dalla sua posizione d'equilibrio di 90° e lo si lasciava oscillare finchè sulla scala di un cannocchiale posto alla distanza di m. 1,80 dallo specchio si aveva un'ampiezza di oscillazione di 20 cm. Si leggevano allora le elongazioni massime, poi si aspettava che si compissero 7 oscillazioni semplici e quindi di nuovo si faceva una seconda lettura, poi si aspettavano altre 7 oscillazioni e si faceva la terza lettura e così di seguito per almeno 10 volte, e questo sempre esattamente lo stesso per ogni serie di osservazioni.

Per calcolare il decremento logaritmico delle oscillazioni si fece uso della seguente formula che si ricava subito dalla teoria degli errori:

$$\lambda_7 = \frac{(n-1) \log \frac{A_0}{A_n} + (n-2) \log \frac{A_2}{A_{n-1}} + (n-3) \log \frac{A_3}{A_{n-2}} + \dots}{1 + 3^2 + 5^2 + \dots}$$

dove λ_7 è il decremento logaritmico relativo a un gruppo di 7 oscillazioni semplici consecutive, n è il numero (sempre pari) dei gruppi, ognuno di 7

(1) Le variazioni di temperatura dal principio alla fine di ogni serie di misure non raggiunsero mai il decimo di grado.

oscillazioni, osservati, $A_0, A_1, A_2, A_3 \dots A_n$, sono le ampiezze iniziali e successivamente alla fine di 1, 2, 3, ... ecc. gruppi di 7 oscillazioni l'uno. Per comodità, trattandosi solo di misure relative, si usarono i logaritmi decimali invece dei naturali.

I liquidi adoperati furono tre: benzolo, xilolo, petrolio, non potei sperimentare altri liquidi, come il cloroformio, nitrobenzolo, solfuro di carbonio ecc. perchè intaccano l'ebanite, nè gli olii perchè essendo troppo viscosi, data la velocità di rotazione che non può essere molto grande se si vogliono fare buone letture al cannocchiale, essi seguono il movimento del condensatore troppo e non esercitano quindi un'azione smorzante sulle oscillazioni.

I condensatori adoperati furono due: il primo aveva le seguenti dimensioni: Diametro esterno mm. 200; diametro interno mm. 178; distanza dei piatti mm. 15; distanza dei fili del bifilare in basso mm. 64.

I piatti erano d'alluminio, ma per avere dei decrementi non eccessivamente grandi si dovette gravare il sistema con dei pesi di piombo per aumentarne l'inerzia. I pesi erano formati da due anelli di piombo del peso l'uno di grammi 1145 per le esperienze di controllo a condensatore vuoto, l'altro di grammi 347 per le esperienze a condensatore pieno.

Il secondo condensatore aveva le seguenti dimensioni: diametro esterno mm. 165; diametro interno mm. 145; distanza dei piatti mm. 14; distanza dei fili del bifilare in basso mm. 40.

I piatti erano d'ottone dello spessore di mm. 2, quindi non occorsero sovraccarichi onde avere uno smorzamento non troppo grande.

In tutte le esperienze poi, tanto con l'uno quanto coll'altro condensatore la distanza del bifilare in alto era di mm. 19, e la lunghezza di mm. 2500; i fili erano d'acciaio del diametro di mm. 0,2.

Per essere ben sicuri che il campo realmente esisteva nel condensatore alla fine di ogni esperienza compiuta col condensatore carico, si avvicinava, un 20'' circa dopo interrotta la corrente nel rocchetto, al bottone B' della bottiglia di Leyda un filo in comunicazione coll'armatura esterna e si guardava se si otteneva una scintillina; tutte le volte che questa non scoccava si trascurava la serie fatta e si ripuliva l'ebanite fino a riottenerla.

Ciò posto ecco senz'altro i risultati delle esperienze:

Primo condensatore.

Dapprima ricercai, operando a condensatore vuoto, se l'elettrizzazione dei piatti poteva generare una perturbazione, ma come si vede dalla seguente tabella ciò non fu a temersi:

		Data	Scarico	Carico
Condensatore vuoto	15 marzo . .		0,00092	0,00090
			91	91
			89	90
	16 marzo . .		90	89
			91	90
			92	91
	Media		0,00091	0,00090

Ora, tenendo presente che, data l'indole delle letture e le condizioni dell'esperienza, non si potè mai evitare un errore di un'unità almeno nella terza decimale, ne viene che i due decrementi debbonsi ritenere eguali, l'effetto quindi che si noterà non è dovuto ad una causa d'errore inerente al moto del condensatore elettrizzato.

Benzolo.

Data	Scarico	Carico
30 marzo . .	0,17772	
	0,17663	0,17862
	0,17713	0,17861
31 marzo . .		0,17832
	0,17715	0,17798
	0,17789	0,17807
1 aprile . .		0,17905
	0,17632	0,17907
	0,17600	0,17903
Media	0,176977	0,178594

Come si vede dunque per il Benzolo l'effetto prodotto dal campo elettrostatico sarebbe un aumento di viscosità di circa il 1,5 %.

Essendosi, in seguito a un tentativo di sperimentare sul cloroformio, guastato il primo condensatore, feci costruire il secondo che è quello che mi servì per tutte le altre esperienze.

Secondo condensatore.

Il primo liquido studiato con questo nuovo condensatore fu lo xilolo; ecco i risultati:

Xilolo.

Data	Scarico	Carico
5 aprile . . .	0,09009	
	0,09056	0,99304
	0,08947	0,09284
6 aprile . . .		0,09248
	0,09038	0,09196
7 aprile . . .	0,08993	
	0,08954	0,09207
Media	0,089995	0,092478

cioè l'effetto è un aumento di circa il 3 %.

Riprovando di nuovo il benzolo ottenni:

Benzolo.

Data	Scarico	Carico
14 aprile . .	0,09054	
	0,09025	0,09145
	0,09040	0,09193
	0,09093	0,09167
Media	0,09028	0,09167

cioè di nuovo un effetto di circa 1,5 %.

Procedetti poi ad un confronto fra il comportamento del petrolio e dello xilolo, anche per vedere se i risultati ottenuti collo stesso liquido in giorni diversi intramezzati da giorni in cui si sperimentò con altro liquido, fossero paragonabili fra loro e presentassero un certo accordo.

Prima di fare questo controllo volli appurare se anche con questo condensatore non eravi a temere cause di errore esterne, e perciò feci ancora delle esperienze col condensatore vuoto.

	Data	Scarico	Carico
Condensatore vuoto	15 aprile . .	0,00099	
		0,00101	0,00098
		0,00101	0,00100
		0,00099	0,00100
		0,00100	0,00101
	Media	0,00100	0,00100

Ecco quindi le serie dei confronti fra xilolo e petrolio:

Xilolo.

Data	Scarico	Carico
15 aprile . .		0,09300
	0,09053	0,09260
	0,09056	0,09227
16 aprile . .		0,09227
	0,09025	
		0,09265
	0,08900	0,09245
Media	0,09008	0,092599

Petrolio.

Data	Scarico	Carico
20 aprile . .	0,12154	
	0,12177	0,12384
	0,12155	0,12337
21 aprile . .		0,12311
	0,12202	0,12289
22 aprile . .	0,12199	
		0,12323
	0,12167	
Media	0,121757	0,123288

Xilolo.

Data	Scarico	Carico
25 aprile . .	0,09100	
	0,09093	0,09302
	0,09165	0,09232
26 aprile . .	0,08944	
	0,08954	0,09284
Media	0,090512	0,092726

Petrolio.

Data	Scarico	Carico
27 aprile . .	0,12159	
	0,12010	0,12218
30 aprile . .		0,12261
	0,12185	0,12345
4 maggio .	0,12208	
	0,12176	0,12293
Media	0,121876	0,122792

In media dunque abbiamo:

<i>Xilolo</i>	{	Scarico	0,090296	<i>Petrolio</i>	{	Scarico	0,121816
		Carico	0,092662			Carico	0,123040

Dunque, riassumendo abbiamo per il benzolo un aumento dell' 1,5 %, per lo xilolo di circa il 4 %, per il petrolio di circa l' 1 %.

La differenza di potenziale fra i due piatti del condensatore fu di circa 15000 Volta e tale si mantenne durante tutte le esperienze sopra ricordate.

Fisica. — *Paragone fra le radiazioni attinica e termica del sole a Castelfranco V. nell'estate del 1903.* Nota del dottor D. PACINI, presentata dal Socio P. BLASERNA.

In questa Nota sono esposte alcune serie di misure di radiazione attinica solare e radiazione calorifica fatte simultaneamente nel medesimo luogo, nelle diverse ore del giorno.

Oltre a stabilire l'andamento della intensità relativa di ciascuna radiazione col variare dell'altezza del sole sull'orizzonte, mi proposi di fare il paragone tra l'assorbimento che le due radiazioni rispettivamente subiscono attraverso gli strati atmosferici.

La variazione della intensità della radiazione attinica venne studiata sperimentando con l'attinometro fotoelettrico dei sigg. Elster e Geitel ⁽¹⁾: una palla di zinco di cm. 2 1/2 di diametro amalgamata di recente e chiusa in un involucro metallico può essere esposta, mediante un foro di 20 mm. di diametro, ai raggi solari. Essa è in comunicazione con una delle armature di un condensatore e con un elettrometro di Exner. L'involucro metallico che contiene la sfera, l'altra armatura del condensatore e la scatola dell'elettrometro sono posti al suolo.

Nell'adoperare questo apparecchio è importante la costanza dello stato superficiale della sfera di zinco, ciò che si ottiene facilmente con la pratica nella amalgamazione della palla: questa, che deve essere di zinco puro, va immersa nel mercurio ben secco, quindi strofinata con carta smerigliata finissima e successivamente con carta seta finchè la superficie rimanga tersissima e splendente, con che la palla è pronta per far la misura che deve seguir subito questa operazione.

Il diametro del foro pel quale la luce va a colpire la sfera deve esser scelto opportunamente: così anche è essenziale l'uso del condensatore che era costituito di quattro laminette di stagnola ciascuna di cm² 69 di superficie, separate da uno strato di paraffina e riunite due a due.

(1) I. Elster e Geitel, Akademie der Wiss. Wien. Bd. 101, 1892.

Per sperimentare si carica il sistema con una pila Zamboni negativamente ad un dato potenziale; si espone la palla alla luce e, dopo un certo tempo, si ridetermina il potenziale.

Ammettendo che il coefficiente di dispersione della elettricità sopra una palla di zinco sia una funzione lineare dell'intensità della radiazione (determinando mediante un'esperienza preliminare l'elettricità che si disperde attraverso il sostegno quando la palla non è esposta), si può subito avere il valore dell'effetto fotoelettrico, cioè la misura relativa della intensità della radiazione attinica J dalla formula (1):

$$J = \frac{C}{bt} \left\{ \log \frac{V_0}{V} - \log \frac{V_0}{V'} \right\}$$

Ove V_0 è il potenziale iniziale, V quello dopo l'esposizione, V' il potenziale a cui si giunge quando la palla non è esposta, C la capacità del sistema, t la durata della esposizione, b il fattore di dispersione della superficie indipendente dalla J e dal potenziale della sfera.

Facendo in modo che C sia costante e b costante e ponendo $t = 1$ e $\frac{C}{b} = 1$, allora da quella formula si ha l'intensità della radiazione in unità arbitrarie.

La durata dell'esposizione, misurata rigorosamente, era nel caso mio di 1' o di 30" a tenore della intensità della radiazione, e per le misure su cui riferisco furono scelti giorni in cui le condizioni del cielo rimasero sensibilmente costanti; scartando senz'altro quelle giornate in cui sopravvennero perturbazioni meteoriche, cosicchè si può ammettere che le condizioni del cielo, almeno durante la misura, non subissero cambiamenti.

Il sistema veniva inizialmente caricato sempre allo stesso potenziale. Trattandosi di misure di paragone, i valori di J che qui compariscono hanno solo un valore relativo.

Contemporaneamente a queste misure venivano eseguite le altre relative alla radiazione termica, per le quali mi servii dell'attinometro di Crova (2). Consiste, come è noto, in un termometro ad alcool con indice di mercurio a bulbo annerito con gran cura, protetto da un involucro sferico metallico e che può esporsi ai raggi del sole mediante un'apertura praticata nell'involucro.

Questo strumento, dopo che ha preso la temperatura dell'aria, lo si lascia all'ombra per qualche minuto e si fa la lettura, quindi si espone il bulbo termometrico alla radiazione solare, pel medesimo tempo, e si torna a leggere, quindi si ripone lo schermo e si osserva il raffreddamento.

Ammettendo che le deboli variazioni di temperatura siano proporzionali alle velocità di raffreddamento e di riscaldamento che si misurano, si può

(1) Elster e Geitel, l. c.

(2) Annales de Chimie et de Physique, V Série, vol. XI e XIX.

di qui avere una misura relativa della intensità della radiazione calorifica del sole.

Queste osservazioni vennero fatte in pianura a circa 40 metri sul mare, nella aperta campagna presso l'Osservatorio della Stazione grandinifuga di Castelfranco-Veneto.

L'andamento della intensità delle radiazioni col variare dell'altezza del sole sull'orizzonte si può rappresentare con la formula di Lambert:

$$J = J_0 a^{\frac{1}{\sin h}} ; \quad \Omega = \Omega_0 b^{\frac{1}{\sin h}}$$

dove J ed Ω sono le intensità osservate rispettivamente della radiazione attinica, e della termica; h l'altezza del sole sull'orizzonte; J_0 , Ω_0 , a e b dei coefficienti da determinarsi.

Di questa formula mi sono servito per la determinazione del coefficiente di trasmissibilità o trasparenza propria di ciascuna radiazione.

Nelle tabelle che seguono sono esposti i risultati delle osservazioni: si ha una tabella per ogni giorno di osservazioni. Nelle singole colonne compariscono i diversi dati nell'ordine che segue: l'ora di osservazione in tempo vero, corrispondente all'altezza del sole h , J (valore della intensità della radiazione attinica) osservato; J calcolato; differenza fra i due valori; Ω (intensità della radiazione termica) osservato; Ω calcolato; differenze; q valore del rapporto tra i due coefficienti di trasparenza, a e b relativi alle due radiazioni calcolati rispettivamente dalla formula di Lambert:

$$J = J_0 a^{\frac{1}{\sin h}} ; \quad \Omega = \Omega_0 b^{\frac{1}{\sin h}}$$

sostituendo a J , Ω ed h i valori osservati, a J_0 ed Ω_0 quelli calcolati dalla serie di osservazioni coi minimi quadrati, ammettendo che detti valori non variino sensibilmente durante la giornata (questa supposizione si può adottare perchè se si ripete il calcolo prendendo le osservazioni due a due si riscontrano per a e b valori sensibilmente costanti).

Nell'ultima colonna compariscono le condizioni del cielo. Il criterio che seguì per definire le condizioni di trasparenza dell'aria nei giorni di osservazioni fu il seguente: fissai dei punti visibili dal luogo dove facevo le mie osservazioni, posti successivamente a distanze che stavano fra loro all'incirca come 1 sta a $\frac{4}{5}$, sta a $\frac{3}{5}$, sta ad $\frac{1}{2}$ ecc.

Il più lontano situato a circa 30 km. era un gruppo di roccie del monte Grappa (altezza m. 1750). Il valore della trasparenza lo desumevo dalla distanza del luogo che si scorgeva nettamente in tutti i suoi contorni.

Alle tabelle è annessa una tavola ove sono disegnate le curve che danno l'andamento delle intensità delle due radiazioni nelle diverse ore del giorno 22 agosto. La curva superiore è relativa alla radiazione termica, la inferiore alla attinica. I punti congiunti con tratti rettilinei stanno ad indicare i valori sperimentalmente osservati. Sulle ascisse sono riportate le ore (1 ora = 1 cm.),

e sulle ordinate i valori di J ed Ω (ogni unità di J corrisponde ad 1 mm.; e di Ω a 4 mm.).

Descrivendo le curve relative agli altri giorni di osservazioni, si riscontrerebbe un analogo andamento.

16 Agosto.

Ora	h	J oss.	J calc.	Differenza	Ω oss.	Ω calcolato	Differenza	q	Stato del cielo
6 ^h .44 ^m	17° 41'	7.9	5.8	+ 2,1	12.0	12.3	— 0,3	2.02	Cielo sereno purissimo, aria
7. 44	28. 8	21.4	18.4	+ 3,0	14.4	15.1	— 0,7	2.03	calma (giorno precedente
8. 44	38. 14	29.8	30.2	— 0,4	16.1	16.6	— 0,5	2.22	pioggia abbondante).
9 44	47. 23	39.4	38.9	+ 0,5	17.7	17.4	+ 0,3	2.25	Il cielo si mantiene tale tutta
10. 44	54. 34	50.8	44.3	+ 6,5	18.9	17.8	+ 1,1	2.10	la giornata.
11. 44	58. 13	55.0	46.6	+ 8,4	19.0	18.0	+ 1,0	2.04	Trasparenza dell'aria = 1.
12. 44	57. 2	—	45.8	—	18.5	17.9	+ 0,6	(2.24)	
13. 44	51. 31	46.0	42.1	+ 3,9	17.9	17.6	+ 0,3	2.11	
14. 54	41. 41	28.5	33.7	— 5,2	17.0	16.9	+ 0,1	2.51	
15. 54	31. 50	16.6	22.9	— 6,3	15.5	15.8	— 0,3	2.62	
16. 54	21. 27	6.7	10.0	— 3,3	12.0	13.4	— 1,4	2.48	
17. 44	12. 43	1.8	1.7	+ 0,1	10.7	9.8	+ 0,9	2.25	

Valori delle costanti:

$$\begin{aligned} J_o &= 148 & \Omega_o &= 22,1 \\ a &= 0,373 & b &= 0,836 \end{aligned}$$

22 Agosto.

6. 45	17. 2	3.9	3.7	+ 0,2	12.7	12.9	— 0,2	2.36	Cielo sereno appena nebbioso
7. 45	27. 27	9.3	13.0	— 3,7	15.0	15.1	— 0,1	2.80	durante tutta la giornata.
8. 45	37. 25	20.2	22.0	— 1,8	16.5	16.2	+ 0,3	2.57	Aria calma.
9. 45	46. 20	32.0	28.7	+ 3,3	16.9	16.7	+ 0,2	2.24	Trasparenza dell'aria $\frac{4}{5}$.
10. 45	53. 8	34.3	32.8	+ 1,5	17.4	17.0	+ 0,4	2.37	
11. 45	56. 21	38.6	34.5	+ 4,1	18.0	17.2	+ 0,8	2.30	
12. 45	54. 55	35.2	33.7	+ 1,5	17.9	17.1	+ 0,8	2.43	
13. 45	49. 21	—	30.6	—	16.9	16.8	+ 0,1	2.42	
14. 45	41. 6	31.0	24.9	+ 6,1	16.2	16.4	— 0,2	2.07	
15. 45	31. 26	11.9	16.7	— 4,8	14.6	15.6	— 1,0	2.78	
16. 45	21. 8	8.8	7.0	+ 1,8	13.4	14.0	— 0,6	2.19	
17. 45	8. 55	—	—	—	9.1	10.7	— 1,6	—	

Valori delle costanti:

$$\begin{aligned} J_o &= 116 & \Omega_o &= 19,9 \\ a &= 0,365 & b &= 0,881 \end{aligned}$$

1° Settembre.

Ora	<i>h</i>	J oss.	J calc.	Diffe- renza	Ω oss.	Ω cal- colato	Diffe- renza	<i>q</i>	Stato del cielo
6 ^h .48 ^m	14° 36'	1.4	1.8	— 0,4	6.0	10.3	— 4,3	2.50	Cielo leggermente nebbioso
7. 48	24. 57	9.5	11.7	— 2,2	11.9	13.5	— 1,6	2.75	Aria calma.
8. 48	34. 46	20.9	23.8	— 2,9	14.8	15.1	— 0,3	2.84	Trasparenza dell'aria ³ / ₄ .
9. 48	43. 25	29.5	33.6	— 4,1	15.9	15.9	—	2.92	
10. 48	49. 53	39.2	39.9	— 0,7	17.9	16.3	+ 1,6	2.90	
11. 48	52. 53	42.1	42.4	— 0,3	18.9	16.5	+ 2,4	2.99	
12. 48	51. 33	38.5	41.3	— 2,8	18.5	16.4	+ 2,1	3.10	
13. 48	46. 17	34.0	36.5	— 2,5	—	16.0	—	2.66	
14. 48	38. 21	33.1	28.0	+ 5,1	17.0	15.4	+ 1,6	2.55	
15. 48	28. 53	25.2	16.5	+ 8,7	—	14.3	—	2.67	
16. 48	18. 40	7.0	4.9	+ 2,1	11.3	11.9	— 0,6	2.35	
17. 48	8. 11	—	—	—	8.2	6.1	+ 2,1	—	

Valori delle costanti:

$$\begin{aligned} J_o &= 180 & \Omega_o &= 20,4 \\ a &= 0,316 & b &= 0,842 \end{aligned}$$

3 Settembre.

7 ^h .48 ^m	24° 25'	13.6	14.6	— 1,0	13.3	15.7	— 2,4	2.41	Sereno, aria calma.
8. 48	34. 12	26.8	27.9	— 1,1	15.6	16.7	— 1,1	2.47	Cielo leggerissimamente nebbioso.
9. 48	42. 47	35.1	38.2	— 3,1	17.4	17.2	+ 0,2	2.67	
10. 48	49. 11	—	44.5	—	19.1	17.4	+ 1,7	(2.51)	Trasparenza = ³ / ₅ .
11. 48	52. 9	51.6	47.1	+ 4,5	19.6	17.5	+ 2,1	2.55	
12. 48	50. 50	47.8	46.0	+ 1,8	18.5	17.5	+ 1,0	2.54	
13. 48	45. 38	41.6	41.4	+ 0,2	18.1	17.3	+ 0,8	2.56	
14. 48	37. 45	37.7	32.4	+ 5,3	18.0	16.9	+ 1,1	2.37	
15. 48	28. 20	18.1	20.0	— 1,9	15.9	16.2	— 0,3	2.60	
16. 48	18. 9	6.8	6.5	+ 0,3	12.0	14.5	— 2,5	2.34	
17. 48	7. 13	—	—	—	10.0	9.1	+ 0,9	—	

Valori delle costanti:

$$\begin{aligned} J_o &= 170 & \Omega_o &= 19,8 \\ a &= 0,361 & b &= 0,907 \end{aligned}$$

4 Settembre.

Ora	h	J oss.	J calc.	Diffe- renza	$\Omega_{oss.}$	Ω_{cal-} colato	Diffe- renza	q	Stato del cielo
7h. 3 ^m	16° 36'	4.3	2.6	+ 1,7	9.1	11.1	- 2,0	2.47	Serenamente leggermente nebbioso durante tutta la giornata. Trasparenza dell'aria = $\frac{1}{2}$.
8. 48	34. 4	16.9	22.3	- 5,4	13.9	14.4	- 0,5	3.45	
9. 48	42. 36	33.6	32.7	+ 0,9	14.2	15.1	- 0,9	2.85	
10. 48	48. 55	44.0	39.5	+ 4,5	15.2	15.4	- 0,2	2.76	
11. 48	51. 48	45.7	42.3	+ 3,4	18.1	15.5	+ 2,6	3.20	
12. 48	50. 25	40.3	41.0	- 0,7	17.4	15.4	+ 2,0	3.35	
13. 48	45. 12	33.0	35.6	- 2,6	14.8	15.2	- 0,4	3.13	
14. 48	37. 19	32.0	26.4	+ 5,6	14.5	14.5	0,0	2.64	
15. 48	27. 54	14.2	14.4	- 0,2	13.9	13.7	+ 0,2	3.05	
16. 48	17. 43	2.1	3.4	- 1,3	12.0	11.6	+ 0,4	3.53	
17. 48	7. 14	0	—	—	6.5	6.1	+ 0,4	—	

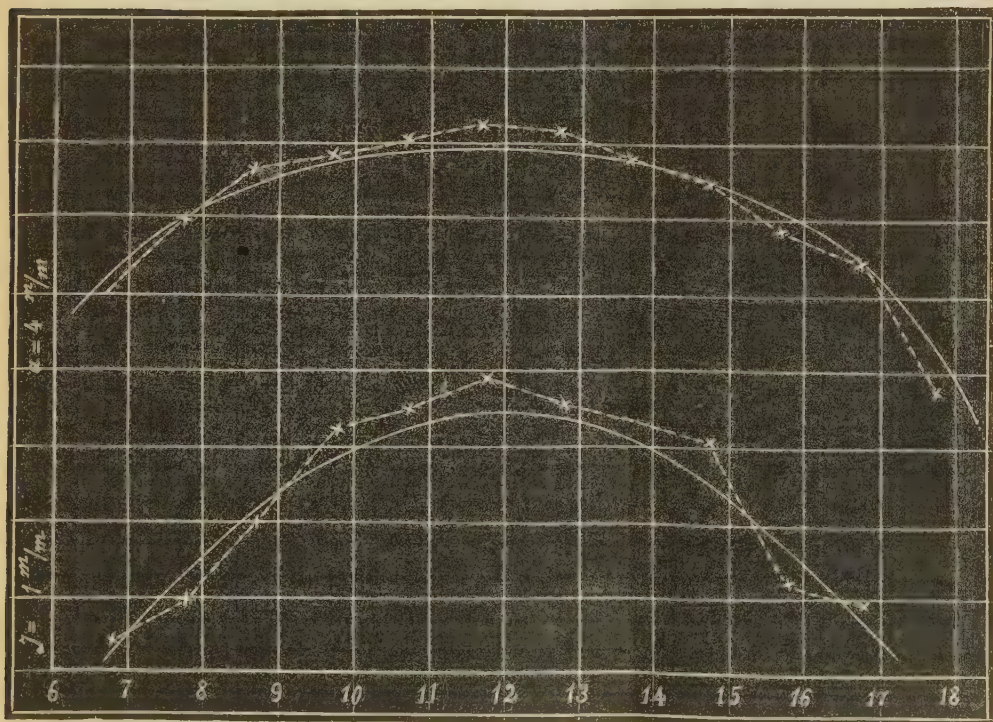
Valori delle costanti:

$$J_0 = 200$$

$$\Omega_0 = 18,6$$

$$a = 0,287$$

$$b = 0,86$$



Dalle tabelle che precedono apparisce che il coefficiente di trasparenza relativo alla radiazione calorifica è circa due volte e mezzo quello relativo

alla radiazione attinica; il rapporto fra i due è quasi costante per le diverse altezze del sole in uno stesso giorno.

Nella tabella che segue figurano nella prima colonna i giorni di osservazioni scritti nell'ordine crescente della trasparenza dell'aria relativa a ciascuno di essi; nella seconda colonna il valore di detta trasparenza, e nella 3^a il valore medio di q in ciascun giorno, moltiplicato per cento;

TABELLA.

Data del giorno	Valore della trasparenza	Valore medio di q
4 Settembre. . .	$\frac{1}{2}$	304
1 " . .	$\frac{3}{5}$	275
3 " . .	$\frac{4}{5}$	250
22 Agosto. . . .	$\frac{4}{5}$	241
16 " 	1	224

È interessante vedere come con l'aumentare della trasparenza dell'aria diminuisca il valore di q : il che pone in evidenza il fatto che aumentando la nebulosità del cielo, il coefficiente di trasparenza per la radiazione attinica del sole diminuisce relativamente a quello proprio della radiazione termica.

Fisica. — *Sulla determinazione della tensione superficiale dei liquidi coi metodi delle gocce cadenti e delle bolle gazoze.* Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sul dosaggio dell'idrazina e di alcuni suoi derivati* ⁽¹⁾. Nota di ENRICO RIMINI, presentata dal Socio E. PATERNÒ.

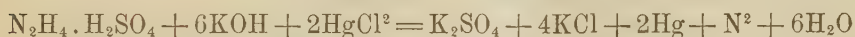
Alcuni anni or sono, ho proposto un metodo di dosaggio dell'idrazina basato sulla reazione che avviene fra questa e l'acido iodico di modo che è possibile, determinando l'acido iodico in eccesso, risalire alla quantità della base che è stata ossidata.

Espongo ora un nuovo metodo di dosaggio dell'idrazina e di alcuni suoi derivati il quale non soltanto è esatto come il precedente, ma presenta altresì utili applicazioni di cui esporrò in seguito.

(¹) Lavoro eseguito nel Laboratorio chimico della Sanità.

Curtius e Jay sin dal 1889, nel loro classico studio sull'idrazina, avevano notato il fortissimo potere riduttore di questa sostanza la quale, fra altro, messa a contatto con un sale mercurico, in soluzione alcalina, lo decompone sino a mercurio metallico passando attraverso un sale doppio di mercuriodiammonio.

Traendo profitto di questa proprietà, ho pensato di determinare l'idrazina per mezzo del cloruro mercurico, raccogliendo l'azoto che si svolge nella reazione. Se in un apparecchio Schultze-Tiemann si fanno bollire insieme quantità note di solfato d'idrazina con una soluzione di cloruro mercurico e, dopo avere eliminata completamente l'aria, si fa entrare nell'apparecchio un po' di soda concentrata, si svolge azoto in quantità costantemente proporzionale all'idrazina impiegata e tale che dimostra come tutta l'idrazina venga decomposta secondo la seguente equazione:



A conferma di ciò riporto alcune fra le numerose determinazioni eseguite con una soluzione contenente in un litro gr. 13 di $\text{N}_2\text{H}_4 \cdot \text{H}_2\text{SO}_4$.

- I. cc. 13 diedero cc. 31,7 di azoto misurati alla temperatura di 19° ed alla pressione di 756 mm.
- II. cc. 14 diedero cc. 34,65 di azoto misurati a 22° e 765 mm.
- III. cc. 14 diedero cc. 34,4 di azoto misurati a 19° e 756 mm.
- IV. cc. 14 diedero cc. 34,4 di azoto misurati a 19° e 756 mm.
- V. cc. 12 diedero cc. 29,8 di azoto misurati a 20° e 755 mm.

In cento parti:

Calcolato	Trovato				
	I.	II.	III.	IV.	V.
N = 21,538	21,44	21,71	21,61	21,61	21,70

Come si vede la percentuale dell'azoto trovata, è in lievissimo eccesso rispetto a quella calcolata. Fa eccezione la prima analisi; in questa peraltro è da notare che allorquando si fece bollire la soluzione del solfato d'idrazina col cloruro mercurico, si ebbe un leggero intorbidamento dovuto probabilmente alla formazione di piccole quantità di un sale complesso dal quale l'idrazina non è più spostata allorquando s'introduce la soluzione di soda.

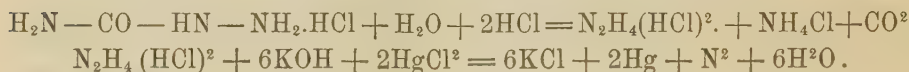
A questo inconveniente si pone facile riparo, facendo bollire la miscela dei sali d'idrazina e di mercurio acidificata come appunto è stato fatto nelle analisi successive.

È prevedibile che tale metodo sarà applicabile ad altri composti del tipo generale $\text{R} - \text{HN} - \text{NH}_2$, ed anzitutto a quelli che sono suscettibili di idrolisi con formazione d'idrazina.

Per ora le mie esperienze sono limitate alla semicarbazide.

Il modo di operare non viene affatto modificato poichè, mentre per eliminare l'aria si scaldano le soluzioni del sale di semicarbazide col cloruro mercurico lievemente acide ad es.: per acido cloridrico, avviene il processo idrolitico pel quale la semicarbazide si scinde in acido carbonico cloruro di ammonio e cloridrato d'idrazina; per cui si è ricondotti al caso precedente.

La reazione viene quindi espressa dalle seguenti uguaglianze:



In questo caso le determinazioni furono fatte con una soluzione decimomolare di cloridrato di semicarbazide e, come dimostrano i sotto riportati numeri, i risultati sono veramente soddisfacenti:

- I. cc. 10 diedero cc. 24,7 di azoto misurati a 22° e 762 mm.
- II. cc. 13 diedero cc. 32,4 di azoto misurati a 22° e 762 mm.
- III. cc. 14 diedero cc. 34,65 di azoto misurati a 22° e 762 mm.
- IV. cc. 14 diedero cc. 34,45 di azoto misurati a 19° e 764 mm.

In cento parti:

Calcolato	Trovato			
	I.	II.	III.	IV.
N = 25,11	25,16	25,39	25,21	25,52

Fra le applicazioni, cui ho accennato nell'inizio di questa Nota, esporrò in primo luogo quella dell'analisi dei semicarbazoni.

Avendosi un semicarbazone, questo per azione degli acidi minerali diluiti si scinde nel chetone o nell'aldeide corrispondente e nel sale di semicarbazide che a sua volta si scompone come è già stato detto.

Nell'analisi di un semicarbazone dunque non si potrà dosare con questo metodo l'azoto totale; bensì solamente quello idrazinico.

Riporto le analisi di alcuni semicarbazoni appositamente scelti come quelli che sembrerebbero presentare le maggiori difficoltà, perchè oltre all'essere insolubili anche nell'acqua calda, derivano da chetoni trasportabili dal vapor d'acqua.

Semicarbazone del mentone.

Gr. 0,3820 di sostanza diedero cc. 44,4 di azoto misurati a 20° e 759 mm. di pressione.

In cento parti:

Calcolato		Trovato
per $\text{C}_{10}\text{H}_{18} = \text{N} - \text{NH} - \text{CO} - \text{NH}_2$		
Azoto idrazinico = 13.27		
		13.29

Semicarbazone del fencone.

I. Gr. 0,2446 di sostanza diedero cc. 29 di azoto misurati a 21° e 759 mm. di pressione.

II. Gr. 0,1936 di sostanza diedero cc. 23 di azoto misurati a 20° e 757 mm. di pressione.

In cento parti:

Calcolato per $C_{10}H_{16} = N - NH - CO - NH_2$	Trovato	
	I.	II.
Azoto idrazinico = 13,39	13,47	13,53

Semicarbazone del tannacetone.

I. Gr. 0,2280 di sostanza diedero cc. 27,5 di azoto misurati a 20° e 756 mm. di pressione.

II. Gr. 0,2376 di sostanza diedero cc. 28,3 di azoto misurati a 22° e 757 mm. di pressione.

In cento parti:

Calcolato per $C_{10}H_{16} = N - NH - CO - NH_2$	Trovato	
	I.	II.
Azoto idrazinico = 13,39	13,72	13,43

Tali risultati oltre a dimostrare che si possono identificare i semicarbazoni determinandone l'azoto caratteristico in modo più rapido ed altrettanto esatto quanto determinandone l'azoto totale col classico metodo Dumas, sono una riprova della bontà del metodo di dosaggio della semicarbazide, e quindi dell'idrazina, poichè è ovvio che i semicarbazoni si hanno ad uno stato di purezza maggiore e più facilmente controllabile di quello che non si possa ammettere per un sale di semicarbazide.

Da quanto è stato detto, emerge che nelle determinazioni fino ad ora esposte si era in presenza di un eccesso di sale mercurico rispetto a quello d'idrazina o di semicarbazide. Ho potuto per altro convincermi che se invece si opera con un eccesso di sale di idrazina, tutto il cloruro mercurico viene ridotto a mercurio metallico con produzione di una quantità di azoto proporzionale al sublimato impiegato e conformemente alla equazione esposta pel dosaggio dell'idrazina.

Ne viene di conseguenza che la reazione si presta per la determinazione del cloruro mercurico, come già intravvide il Purgotti in un suo lavoro intorno all'impiego del solfato d'idrazina in analisi quantitativa.

Ed è appunto questa un'altra applicazione del metodo.

Per il dosamento di questo sale conviene distinguere due casi:

I. Allorchè si abbia una soluzione diluita (cioè meno dell'1 %).

II. Allorchè trattasi di soluzioni concentrate o sale in polvere.

Nel primo caso essendo relativamente piccola la quantità di gas che si svolge, per un volume abbastanza rilevante di soluzione, è consigliabile operare a caldo coll'apparecchio Schultze-Tiemann seguendo le modalità indicate per la determinazione dell'idrazina, la quale deve essere naturalmente in eccesso.

Allorquando abbiansi soluzioni concentrate riesce assai comodo di operare direttamente a freddo servendosi dell'azotometro di Lunge o di Knopp e Wagner, e misurando il volume dell'aria spostata dall'azoto svoltosi nella reazione.

Nello scompartimento esterno della bottiglia, in cui deve avvenire la miscela, si pongono le soluzioni dei sali di mercurio e d'idrazina, in quello interno la soluzione concentrata di soda.

Riporto i risultati di parecchie analisi, delle quali quelle della prima tabella si riferiscono a soluzioni diluite ed a determinazioni fatte coll'apparecchio Schultze-Tiemann, quelle della seconda a soluzioni concentrate dosate a freddo con gli azotometri su indicati. Si noti poi che in tutte queste soluzioni era contenuto di cloruro sodico circa il decuplo della quantità di sublimato.

Soluzione analizzata		Acido cloridrico diluito cc	Cloridrato d'idrazina Soluzione n/10 cc	Azoto trovato			Cloruro mercurico ‰	
Titolo ‰	cc			cc	t	h	trovato	differenza
1	200	5	15	9,7	21	764	1,0740	+ 0,0740
1	200	5	15	9,3	21	752,5	1,0140	+ 0,0140
1	200	5	15	9,6	19	765	1,0749	+ 0,0749
1	200	5	15	9,7	18	762	1,0860	+ 0,0860
2	200	5	30	19,3	19	765	2,1610	+ 0,1610
2	200	5	30	18,6	18	762	2,0841	+ 0,0841
3	200	10	30	27,9	18	762	3,1232	+ 0,1232
3	200	10	30	27,7	18	762	3,1038	+ 0,1038
3	200	10	30	27,8	19	759	3,0873	+ 0,0873

Soluzione analizzata		Cloridrato d'idrazina Soluzione 8 % cc	Azoto trovato			Cloruro mercurico %	
Titolo %	cc		cc	t	h	trovato	differenza
3	100	20	135	20	759	2,9963	— 0,0037
3	100	20	138	20	757	3,0426	+ 0,0426
3	100	20	137,8	20	757	3,0382	+ 0,0382
3	100	20	137,4	20	757	3,0294	+ 0,0294
3	100	20	137,4	20	757	3,0294	+ 0,0294
3	100	20	139,2	21	751	3,0293	+ 0,0293
3	100	20	139,6	21	748	3,0256	+ 0,0256
3	50	10	68,4	19	751	3,0060	+ 0,0060
3	50	10	69	19	751	3,0325	+ 0,0325
3	50	10	69	21	752	3,0073	+ 0,0073
3	50	10	69	21	752	3,0073	+ 0,0073
2	100	20	90,4	19	760	2,0598	+ 0,0598
2	100	20	92,8	19	754	2,0475	+ 0,0475
2	100	20	92	19	754	2,0293	+ 0,0298
2	100	20	93	20	754	2,0813	+ 0,0813
2	100	20	91	20	753	2,0466	+ 0,0466
1	100	10	45,8	20	757	1,0098	+ 0,0098
1	100	10	46	20	757	1,0142	+ 0,0142
1	100	10	45,4	20	757	1,0009	+ 0,0009
1	100	10	44,8	20	760	0,9917	— 0,0083
1	100	10	45,1	20	760	0,9984	— 0,0016

Pongo termine all'esposizione di queste mie ricerche facendo notare che questo modo di dosare il cloruro mercurico presenta parecchi vantaggi sopra i metodi volumetrici comunemente usati. Esso infatti è di facile esecuzione, sufficientemente esatto, non esige la neutralità del liquido da esaminare ed è applicabile anche quando si tratti di miscele prevalentemente costituite da sali alcalini, caso questo che si presenta più comunemente nella pratica e che, come ha osservato il Lescoeur, rende incerto e poco esatto il dosaggio alcalimetrico dei sali di mercurio.

Inoltre non esige soluzioni titolate nè facilmente alterabili, ed è assai rapido, vantaggio questo punto trascurabile quando si debba sollecitamente controllare un grande numero di miscele antisettiche a base di sublimato.

Mineralogia. — *Il fahlerz nella miniera di Palmavesci* (Sardigna). Nota del dott. C. RIMATORI, presentata dal Socio G. STRÜVER.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Paleontologia. — *Fossili del Giura superiore nei Sette Comuni*. Nota del dott. D. DEL CAMPANA, presentata dal Socio C. DE STEFANI.

Intorno al Giura superiore dei Sette Comuni Vicentini varî sono gli autori che hanno scritto, illustrando altresì alcuni di quei fossili che rendono in detta regione caratteristici i giacimenti attribuiti a quella età⁽¹⁾.

Nell'intraprendere pertanto lo studio di quella Fauna ho avuto per scopo di dare di essa una monografia più completa che fosse possibile, e debbo a circostanze favorevoli se ho potuto estendere il lavoro anche più di quanto mi sarei ripromesso. Infatti oltre alla copiosa collezione del Museo Geologico di Firenze, costituita con residui di antiche raccolte, con invii del raccoglitore Meneguzzo, colla collezione del senatore Lecco di Solagna e con fossili raccolti direttamente dal prof. De Stefani, ho potuto esaminare anche quelle non meno interessanti dei Musei di Vicenza, di Padova, cogli stessi esemplari tipici della collezione De Zigno, De Asiago, di Pisa e di Bassano, che i rispettivi direttori mi hanno con squisita gentilezza comunicate, e le raccolte fatte dal dott. O. De Pretto.

Dall'insieme dei fossili studiati risulta chiaro come dei tre piani o zone distinti nel Giura più alto, quello meno largamente rappresentato è l'Oxfordiano, reso caratteristico, come ognun sa, dalla presenza del *Pelto-ceras transversarium* Quenst., e nella fauna dei Sette Comuni rappresentato da poche specie, non riscontrate da me nemmeno tra quelle proprie della zona ad *Aspidoceras acanthicum* Opp. che soprastra immediatamente.

Quest'ultima è la più sviluppata di tutte le altre, perchè, tolte le specie comuni anche al Titonico, ne conta ben 35, mentre il Titonico non ne ha di esclusive che sole 23.

D'ordinario le forme oxfordiane si trovano in un calcare compatto bianco, o rosa chiaro, che nelle assise della zona superiore va prendendo un colore

(1) Cfr. specialmente: Zittel, *Die fauna der aeltern Cephalopodenführenden tithonbildungen*. Palaeontografica-Beitraege zur naturgeschichte der vorwelt 1870; Neumayr, *Die fauna der Schichten mit Aspidoceras Acanthicum* Opp. Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Band V. Heft N. 6. 1873; Munier-Chalmas, *Étude du Tithonique, du Crétacé et du Tertiaire du Vicentin*. Paris 1891.

più accentuato; invece sono propri del Titonico i calcari meno compatti, rossi negli strati inferiori, poi passanti superiormente grado a grado al color bianco che distingue anche le assise del *Biancone* neocomiano.

Tra le specie esaminate, molte erano state ritrovate già o nei Sette Comuni, o almeno nei calcari Ammonitici del Veneto e del Vicentino; altre, sebbene note, non erano mai state riscontrate nella regione da me studiata nè in quelle limitrofe; a tutte queste poi ne vanno aggiunte altre poche le quali, dopo essere state da me confrontate con tutte quelle specie note che presentavano con esse qualche affinità e riscontrate diverse, furono ritenute come nuove.

Passando ora in rapida rassegna i fossili che hanno dato materia al mio studio e cominciando dai Cefalopodi, noto subito come i generi *Belemnites*, *Lytoceras* ed *Haploceras* comprendono ciascuno poche specie.

Il genere *Phylloceras* al contrario comprende un numero maggiore di forme.

Al genere *Oppelia* appartiene la sola *Oppelia tenuilobata* Opp. delle assise inferiori della zona ad *Aspidoceras Acanthicum* Opp.

Molto vicino al genere *Oppelia* è il genere *Neumayria* fondato dal Bayle, che nelle classificazioni da me adottate appare sotto il nome cambiato di *Taramellia*. A giustificare tal cambiamento, debbo dire che il termine generico di *Neumayria* fu usato per la prima volta (1877) dal prof. De Stefani, per alcuni Gasteropodi pliocenici non marini di Italia e di Transilvania. Dopo di lui lo impose il Bayle (1878) ad alcune forme di Ammoniti non molto diverse dalle *Oppeliae*, e più tardi il Nikitim (1881) tornò di nuovo ad usarlo per altre Ammoniti appartenenti già al genere *Amaltheus* e da lui riunite in gruppo separato ⁽¹⁾.

La priorità dunque d'uso del nome *Neumayria* spetta senz'altro al De Stefani.

Tra le specie ascritte al genere *Taramellia*, ve ne è una che pei caratteri della spira e della linea lobale deve, secondo me, essere ritenuta come nuova.

Il genere *Perisphinctes* comprende le forme più abbondanti e più interessanti da me trovate nel Giura superiore dei Sette Comuni; di questo ho potuto determinare ben 45 specie di cui alcune poche mi sono sembrate affatto nuove.

Il *Peltoceras transversarium* Quenst. rappresenta da solo il genere *Peltoceras* e non offre particolari degni di nota. Lo stesso si dica pure per

(1) Cfr. De Stefani, *Molluschi continentali pliocenici*. Atti della Società Toscana di scienze naturali, vol. III, Pisa 1877; Bayle, *Fossiles principaux des terrains* (Explication de la carte géologique de France), Paris 1878; Nikitim, *Die Jura Ablagerungen* ecc. Mémoires de l'Ac. Imperial de St. Petersburg, VII^e S^e., Tome XXVIII, N. 5, 1881.

ciò che riguarda il genere *Simoceras*, composto di specie conosciute in buona parte e già prima riscontrate nei giacimenti del Giura superiore del Veneto.

Del genere *Aspidoceras* le specie non sono numerose, ma è caratteristico il fatto che esse appartengono tutte alla zona ad *Aspidoceras Acanthicum* Opp. ad eccezione dell'*Aspidoceras Rogoznicense* Zeusch. che è esclusivamente titonico.

Prevalentemente titonici sono invece gli *Aptyci* e le *Terebratulæ*; degli uni e dell'altre varie sono le specie ritrovate.

Pochi esemplari di *Mitylus* ed una valva di *Trigonia*, sono stati indicati da me come specie nuove.

Ricorderò finalmente anche alcune specie di Echini appartenenti ai generi *Metaporhinus* e *Collyrites*, esclusivamente titonici.

Per ciò che si riferisce alla provenienza dei fossili da me esaminati, molte sono le località dei Sette Comuni nelle quali essi furono raccolti; io mi limito qui a citare soltanto alcune delle principali, colla indicazione del piano al quale è sembrato appartenessero: Guardinalti presso Asiago (strati a *Peltoceras transversarium* Quenst.), Sulel, Caberlaba, Monte Giaugo, Tanzerloch, Clama, Campane presso Calvene (strati ad *Aspidoceras Acanthicum* Opp.), Val d'Assa, Camporovere, Cesuna, Asiago, Rotzo (Titonico). Debbo altresì far notare come non pochi dei fossili osservati, specialmente quelli appartenenti al Museo di Vicenza, non recavano altra indicazione di provenienza, che quella assai lata di " Sette Comuni ".

Ecco ora i nomi delle diverse specie:

Belemnites semisulcatus Munst. — Strati ad *Asp. Acanthicum* Opp.

" *ensifer* Opp. — Titonico.

zeuschneri Opp. — "

" *Schloembachi* Neum. — "

Phylloceras isotipum Ben.

var. *Apenninica* Can. — Strati ad *Asp. Acanthicum* Opp.

" *isomorphum* Gemm. — " a *Pelt. transversarium* Quenst.

" *consanguineum* " — " ad *Asp. Acanthicum* Opp.

" *plicatum* Neum. — " a *Pelt. transversarium* Quenst.

" " n. var.

" *ptychoicum* Quenst. — " ad *Asp. Acanthicum* Opp. e Titon.

" *Manfredi* Opp. — " a *Pelt. transversarium* Quenst.

" *polyolcum* Ben. — " ad *Asp. Acanthicum* Opp. e Titon.

" *Silenum* Font. — " " " "

" *Loryi* Mun.-Chal. — " " " " e Titon.

" sp. ind.

" *Benacense* Cat. — " " " "

Lytoceras sutile Opp. — " " " " e Titon.

<i>Perisphinctes Ernesti</i>	De Lor.	—	Strati ad <i>Asp. Acanthicum</i>	Opp.
"	sp. n.			
"	<i>Ardescicus</i> Font.	—	"	"
"	<i>Plebeius</i> Neum.	—	"	"
"	<i>ptychodes</i> "	—	"	"
"	<i>Rhodanicus</i> Dum.	—	" a <i>Pelt. transversarium</i>	Quenst
"	<i>Geron</i> Zitt.	—	" ad <i>Asp. Acanthicum</i>	Opp. e Titon.
"	sp. n.			
"	<i>acer</i> Neum.	—	"	"
"	sp. n.			
"	sp. n.			
"	sp. n.	—	Titonico.	
"	<i>Recuperoi</i> Gemm.	—	Strati a <i>Pelt. transversarium</i>	Opp.
"	<i>Indogermanus</i> Waag.	—	"	"
"	<i>heteroplocus</i> Gemm.	—	" ad <i>Asp. Acanthicum</i>	Opp.
"	sp. ind.			
"	sp. n.			
"	<i>symbolus</i> Opp.	—	Titonico.	
"	sp. n.			
"	sp. n.			
"	sp. ind.			
<i>Simoceras</i>	<i>Cavouri</i> Gemm.	—	Strati ad <i>Asp. Acanthicum</i>	Opp.
"	<i>Benianum</i> Cat.	—	"	" e Titon.
"	sp. ind.			
	cfr. <i>Simoceras Benianum</i>			Cat.
"	<i>Fucini</i> Can.	—	Strati ad <i>Asp. Acanthicum</i>	Opp.
"	<i>Herbichi</i> Han.	—	"	"
"	<i>teres</i> Neum.	—	"	"
"	<i>admirandum</i> Zitt.	—	"	" e Titon.
"	<i>Volanense</i> Opp.	—	"	"
"	<i>Venetianum</i> Zitt.	—	Titonico.	
"	<i>contortum</i> Neum.	—	"	
<i>Peltoceras</i>	<i>transversarium</i> Quenst.	—	Strati a <i>Pelt. transversarium</i>	Quenst.
<i>Aspidoceras</i>	<i>Acanthicum</i> Opp.	—	" ad <i>Asp. Acanthicum</i>	Opp.
"	<i>longispinum</i> Sow.	—	"	" e Titon.
"	<i>Liparum</i> Opp.	—	"	"
"	sp. n.			
"	<i>Rogoznicense</i> Zeusch.	—	Titonico.	
"	<i>cyclotum</i> Zitt.	—	Strati ad <i>Asp. Acanthicum</i>	Opp. e Titon.
"	<i>Uhlandi</i> Opp.			
	var. <i>extuberata</i> Can.	—	"	"
"	sp. ind.			

<i>Aspidoceras</i> cfr. <i>Aspidoceras Uhlandi</i> Opp.	
" <i>pressulum</i> Neum.	— Strati ad <i>Asp. Acanthicum</i> Opp.
" sp. n.	
<i>Aptycus Meneghini</i> D. Zig.	— Titonico.
" <i>laevis</i> H. v. Mey.	— "
" <i>latus</i> Park.	— Strati ad <i>Asp. Acanthicum</i> Opp. e Titon.
" <i>punctatus</i> Voltz.	— Titonico.
" <i>sparsilamellosus</i> Gumb.	— "
" <i>Beyrichi</i> Opp.	— "
<i>Terebratula diphia</i> Col.	— Strati ad <i>Asp. Acanthicum</i> Opp. e Titon.
" <i>janitor</i> Pict.	— Titonico.
" <i>Bouei</i> Zeusch.	— "
" <i>planulata</i> "	— "
" <i>triangulus</i> Lmk.	— "
<i>Mytilus</i> sp. n.	
<i>Trigonia</i> sp. n.	
<i>Metaporhinus convexus</i> Cat.	— Titonico.
<i>Collyrites Fribourgensis</i> Oost.	— "
" <i>Verneuili</i> Cott.	— "

Zoologia. — *Studi sul ciclo evolutivo della Filaria labiato-papillosa*, Alessandrini (¹). Nota preliminare del dott. GIOVANNI NOÈ, presentata dal Socio B. GRASSI.

Le prime ricerche per stabilire il ciclo evolutivo di questa filaria furono fatte insieme con Gino Pieri e proseguite poi separatamente in località diverse. Volendo dare una base positiva ai nostri studi e per non procedere con l'incertezza di chi si affida unicamente al caso, abbiamo fatto alcune indagini iniziali per fissar bene la distribuzione di questo parassita, del quale possediamo così poche notizie biologiche.

Prolungate ed insistenti verifiche, fatte sul bestiame al Mattatoio di Roma, ci hanno dimostrato che l'infezione è diffusa in ogni luogo, sia o non malarico, e che colpisce tanto il bestiame nomade, quanto quello allevato in domesticità.

Fermato questo punto, quale direzione dovevano seguire le nostre ricerche per giungere all'ospite intermedio? Le ipotesi più verosimili non potevano uscire da questi limiti, che l'ospite intermedio, cioè, si trovasse tra i *simulidi* oppure tra i *tabanidi*, tra le *Stomoxys*, l'*Haematobia*, l'*Hippobosca*, od, in fine, tra le zecche.

(¹) Lavoro eseguito nell'Istituto di Anatomia comparata della R. Università di Roma.

I culicidi dovevano essere esclusi senz'altro, perchè nessuno dei moltissimi dell'Agro romano, esaminati al tempo degli studi sulla malaria, aveva mai lasciato scorgere tracce di simile infezione. Le osservazioni, fatte sul luogo, intorno agli animali ematofagi ed alle abitudini del bestiame avrebbero limitato ancor più il numero delle specie, su cui sperimentare.

Scegliemmo come stazione di studio Ostia ⁽¹⁾, ove ci fu possibile rinvenire tra i pochi bovini di stalla della Colonia Agricola Ravennate un individuo discretamente infetto.

Questi bovini vivono all'aperto solo in quelle stagioni dell'anno in cui non servono ai lavori agricoli, ma dal tempo della trebbiatura a quello della semina — ossia per tutta la stagione nella quale soltanto è possibile di avvertire la presenza di queste filarie negli ospiti intermedi — stanno, durante le ore del riposo, riparati nelle stalle. Per questo motivo, potevansi a priori escludere le zecche, tanto più che i coloni usano distruggerle con quei mezzi chimici che furono suggeriti dall'igiene, per la profilassi contro la malaria (febbre del Texas).

Di *simulidi*, ad Ostia, non ne abbiamo mai veduto, per cui, senza voler escludere la loro presenza, tali ditteri debbono essere piuttosto rari; ciò si accordava appunto colle mie precedenti osservazioni fatte nella campagna antimalarica di due anni prima. Non rimanevano da esaminare che le altre specie.

Quanto ai *tabanidi*, il lavoro, naturalmente, doveva riuscire alquanto incompleto, non potendo fare ricerche che sul *T. bovinus*, ivi assai comune, che aggredisce gli animali sul lavoro e nelle stalle; le altre, che eleggono loro dimora a preferenza sul margine delle macchie e che nella località da noi prescelta seguono soltanto le mandre nomadi, non furono potute utilizzare da noi.

Da quel che abbiamo veduto, il *T. bovinus* non è l'ospite intermedio di questa Filaria.

Alla stessa conclusione dobbiamo venire riguardo all'*Haematobia* ed all'*Hippobosca*.

Veramente, la prima di queste due aveva richiamato due anni innanzi la mia attenzione per l'enorme quantità in cui s'incontrà nell'agro romano. Essa segue le mandre nelle loro migrazioni. È impressionante, a questo riguardo, il vedere una mandra in cammino su di una strada: al di sopra delle lunghe schiere e tra il denso polverio che vien sollevato, si stende, fluttuante, uno sciame altrettanto esteso di piccoli ditteri, il quale non abbandona mai la traccia segnata dalle grotte sottostanti. Per la massima parte,

(1) Località opportune per uno studio di questo genere non abbondano nell'Agro romano, per la ragione appunto che quasi dovunque il bestiame conduce, per tutto l'anno, vita all'aperto; non occorre che faccia rilevare i motivi per cui tale bestiame non è appropinquabile.

tali ditteri sono costituiti da Ematobie, le quali non si poseranno sugli animali che allorchè questi, sparsi per le praterie o raccolti nelle stalle avranno rallentato i loro movimenti o si sdraieranno in riposo. Ho osservato, all'aperto, come i bovini dell'agro romano, aggiogati od in libertà, abbiano spesso sul corpo tale quantità di Ematobie da sembrare da lungi chiazzati di larghe macchie nere, specialmente verso la metà anteriore del tronco; ma le macchie scompaiono ad un tratto per poi riapparire tosto, a seconda dei movimenti della coda o del tremolio della cute. È appunto in virtù di un rapporto così costante ed intimo tra questo dittero ematofago ed i buoi, che avevo supposto poter esso funzionare da ospite intermedio della *Filaria labiato-papillosa*. Le dissezioni, numerosissime, ci hanno però sempre dato risultati negativi.

Non così per ciò che riguarda la *Stomoxys*.

I sospetti sulla *Stomoxys* mi si erano affacciati, con apparenza di grande verosimiglianza, dopo le cognizioni acquistate sulla distribuzione del parassita, pensando appunto alla estesa diffusione di questo dittero ed a' suoi rapporti frequenti colla specie bovina. Tuttavia, si diceva che la *Stomoxys* è piuttosto rara nell'agro romano, ed io stesso ero indotto a crederlo in base alle mie precedenti osservazioni, molto superficiali del resto e prive di uno scopo ben determinato, fatte ad Ostia. Per questo motivo, le nostre ricerche furono dapprima alquanto fuorviate. Senonchè, sul posto, ebbi a constatare l'opposto, sebbene non sia facile incontrar occasione per fare l'osservazione, per i motivi che dirò in seguito. Ritornato alla mia prima idea, iniziai con Pieri le ricerche in proposito e fummo così avventurati da riscontrare l'infezione già alle prime dissezioni.

Per ora, mi limito ad alcuni brevissimi cenni. Gli embrioni, attraversata la parete del tubo digerente, si recano al capo, ove, tra i muscoli, compiono lo sviluppo larvale. Le larve adulte, atte cioè alla migrazione, si introducono nel *labium* della *Stomoxys* e, di qui, secondo il noto meccanismo, passano nell'ospite definitivo.

Sarebbe stato interessante di provocare l'infezione delle *Stomoxys*, attaccandole ai buoi infetti, ma, e per la difficoltà dell'allevamento di tali ditteri in cattività — col regime delle frutta, l'unico pratico, ne muore quotidianamente un gran numero — e per l'impossibilità di protrarre a lungo la nostra dimora ad Ostia, non abbiamo avuto modo di farlo, tanto più che il bue infetto, di cui ho tenuto parola più sopra, non era a nostra disposizione che per breve tempo. Speriamo, l'anno venturo, di poterci mettere in migliori condizioni di esperimento e di completare la lacuna, il che è essenziale per la nostra dimostrazione.

Tuttavia, anche se privi del legame diretto tra l'infezione riscontrata nelle *Stomoxys* e la filariasi del bue, siamo in grado di riferire con buoni fondamenti di sicurezza quella a questo. Le larve adulte delle filarie ematiche, allorchè sono pronte ad abbandonare l'ospite intermedio, rivestono già

un abito molto simile a quello dell'adulto sessuato; le caratteristiche esterne, cioè, vi sono già spiccatamente delineate, e così accade per le filarie degli ultimi stadî, rinvenuti nel capo e nel labium della *Stomoxys*.

L'estremità caudale lascia già vedere, ad un esame minuto e molto accurato, le due papille che precedono l'apice. Questa poi, tondeggiante, è irta di papille come si sa essere quella dell'adulto. L'estremità cefalica presenta, al margine labiale, già ben abbozzate le papille particolari di questa specie. Ove si aggiunga che la *Stomoxys* assale a preferenza il grosso bestiame, che nel caso nostro non consisteva altro che in cavalli e buoi, e più specialmente in questi che in quelli e si ricordi appunto la diversità più appariscente che passa tra la *Filaria equina* e la *labiato-papillosa*, non può ragionevolmente venirsi che alla nostra conclusione.

Ho accennato a difficoltà di ambiente e di materiale, incontrate da noi, specialmente in rapporto ai mezzi economici di cui potevamo disporre. Aggiungerò che esse furono molto accentuate dallo speciale comportamento di questa filaria, ben diverso da quello della *Filaria immitis*. Bastano infatti di questa, come si sa, pochi individui adulti nel cane, per produrre una enorme quantità di embrioni, talchè, in una goccia di sangue, se ne possono contare parecchie decine. Il contrario interviene alla *F. labiato-papillosa*. Noi abbiamo osservato al Mattatoio di Roma come, non ostante il rinvenimento, dopo affrettate ricerche, di un numero discreto di filarie (7 od 8) nella cavità peritoneale, il numero degli embrioni nel sangue fosse sempre molto esiguo (1). Ciò, del resto, è noto a chi ha avuto occasione di fare simili indagini. Molti autori, infatti, affermano che è spesso necessario ripetere lo esame più volte, innanzi di rinvenire un solo embrione. Per parte nostra, possiamo dire che un bue — che secondo le osservazioni altrui ed i dati da noi raccolti al mattatoio di Roma dobbiamo ritenere alquanto infetto — offriva all'esame del sangue una media di tre embrioni in un preparato 24×32 e di spessore notevole. Il sangue di una vacca, trovata infetta, non presentava altro che un embrione in un preparato delle medesime dimensioni.

Ma, per chi conosce i miei precedenti lavori sulle Filarie sa come la scarsenza di embrioni nel sangue, anzichè riuscire sfavorevole, dovrebbe facilitare l'acquisto del materiale di studio. Il numero elevato di embrioni che produce la *Filaria immitis*, dà luogo, abbiamo veduto, tosto o tardi, alla morte di quelle zanzare che li hanno succhiati; mentre ciò non accade appunto se gli embrioni sono pochi o sono inghiottiti dal culicida in numero relativamente piccolo. In conseguenza di ciò, l'esiguità del numero di embrioni di *Filaria labiato-papillosa*, circolanti nel sangue, dovrebbe costituire una condizione eccellente, perchè si stabilisse un'alta percentuale di *Stomoxys*

(1) Il modo come fu fatta questa ricerca e fu stabilita la proporzione numerica di questi embrioni, sarà detto per esteso nella Nota definitiva.

infette ⁽¹⁾. Ma questa eventualità, che potrebbe forse riuscire troppo dannosa alla specie ospitale ⁽²⁾, non si verifica affatto, poichè il numero delle *Stomoxys* capaci di accogliere e di condurre a termine lo sviluppo larvale del nematode, sono estremamente poche. In altre parole, esiste una vera immunità nelle *Stomoxys* verso l'infezione di *Filaria labiato-papillosa*.

Non posso qui, in una Nota preliminare, dilungarmi troppo per dimostrare il mio asserto; dirò, per ora, in succinto, che la sua esattezza emerge dal complesso dei seguenti fatti:

I. La percentuale, relativamente bassa (3-4 %) di *Stomoxys* infetta in una località, dove il numero dei buoi è grandissimo e considerevole quello degli individui filariosi, specialmente fra le mandre nomadi.

II. L'esiguità di questa percentuale non è dovuta alla morte delle *Stomoxys*, nutrite di sangue di bue infetto, perchè il piccolo numero di embrioni non può riuscire dannoso. Si badi che la morte dei ditteri, in cattività, è dovuta puramente alla condizione artificiosa dell'ambiente e forse anche ad una insufficienza di alimentazione.

III. La presenza contemporanea di embrioni e di larve a vari stadii, anche quando il numero complessivo è piuttosto piccolo (6-7), nello stesso individuo; il che, attestando la successione di varie infezioni, dimostra appunto la sua attitudine peculiare ad ospitare il parassita, in contrapposizione ad altri, i quali, nelle medesime condizioni, e dopo ripetute succhiature di sangue filarioso non si infettano menomamente.

L'immunità dell'ospite intermedio ha in questo caso lo stesso significato biologico che la facile mortalità del medesimo nell'infezione di *F. immitis*. Qui la specie parassita provvede da sè stessa a porre un freno alla facilità straordinaria con cui l'insetto ematofago offre ospitalità alla prole, e vi perviene colla sovrabbondante produzione di embrioni; là, invece, il parassita ha trovato sufficiente garanzia di conservazione nella refrattarietà dell'ospite intermedio ad accoglierlo e non ha sentito la necessità di sottostare ad adattamenti particolari; la soverchia produzione di embrioni, anzi, in questo caso, riuscirebbe nociva alla specie.

Ecco così spiegata la difficoltà di procurarsi il materiale di studio, poichè, nel caso nostro, la esiguità della percentuale esiste già nei primi stadii e rimane stazionaria nello sviluppo posteriore, mentre nel caso della

(1) Osservo che, ad Ostia, le *Stomoxys* che avevano punto il bue che serviva alle nostre ricerche, non avevano nello stomaco mai più di tre embrioni, essendo appunto la quantità di sangue da esse succhiato uguale, all'incirca, a quella necessaria per l'allevamento dei preparati.

(2) Si noti a questo proposito, che il numero degli adulti presenti nei buoi è sempre, relativamente alla massa di questi, molto esiguo. Noi, al mattatoio di Roma, abbiamo potuto convincerci che, nei casi di ragguardevole infezione, le filarie adulte erano sempre in numero minore che nei cani, mediocrementemente infetti. Noi potremmo forse trovare la spiegazione del fenomeno nella sede particolare abitata da questo parassita.

F. immitis, dalla percentuale assoluta andiamo man mano scendendo ad una minima, che si raggiunge soltanto negli ultimi stadii ed è così facile venir in possesso di tutte le fasi dello sviluppo.

Speriamo tuttavia, l'anno venturo, di metterci in condizioni da poter fronteggiare e superare le difficoltà che presenta lo studio di questo parassita.

Ed ora due parole sulla *Stomoxys*.

La specie da noi rinvenuta infetta è la *Stomoxys calcitrans* L. Passando sopra, in questa Nota preliminare, a qualsiasi considerazione sulla convenienza o meno di conservare l'unità di questa specie, dirò che ad Ostia, come in tutto l'Agro romano, è molto frequente.

Siccome, però, essa non si allontana mai dalle mandre di bestiame o dai luoghi frequentati quotidianamente da esso, così non riesce facile rinvenirla, se i buoi son lasciati vagare per le vaste tenute, allo stato selvatico. Solo laddove esistono stalle si può incontrare con frequenza, e così è intervenuto a noi ad Ostia, nei cascinali della colonia Agricola Ravennate.

Tuttavia la *Stomoxys* non è così importuna verso il bestiame come lo è l'*Haematobia*. Essa, appena fatta la provvista bastevole di sangue, se ne vola via a far la digestione sui pagliai, sui muri, sulle piante circostanti; nelle stalle è facile assistere al loro andirivieni per le porte e per le finestre.

Non così si comporta l'*Haematobia*. Questa fa la sua digestione sul corpo stesso della vittima che procura di non abbandonare mai e di riguadagnare, allorchè ne sia stata allontanata. E così l'osservatore può vedere le *Haematobia* posate sui peli dei bovini colla loro proboscide alzata in attesa dell'ora del pasto. Ho già descritto il modo come questo dittero stringe dappresso i bovini nelle loro migrazioni; si noti che la *Stomoxys*, invece, se sia riuscita a pungere il bestiame in cammino — ciò può accadere specialmente se questo si muove con passo moderato — se ne stacca e si va a posare sugli oggetti che fiancheggiano la via da esso percorsa; in queste condizioni, il dittero aspetta il bestiame al ritorno e riprende ad inseguirlo fino a che abbia potuto soddisfare di nuovo alla fame.

È rimarchevole che l'*Haematobia*, la quale perseguita il bestiame molto più che non lo faccia la *Stomoxys*, non ospiti la *F. labiato-papillosa*. Evidentemente, per questa via, il bue sarebbe soggetto facilmente a molteplici reinfezioni e ciò potrebbe recargli soverchio nocumento.

Scorrendo la bibliografia, trovo nominato nel *Compendium der Helminthologie* di O. Linstow una *Filaria Stomoxeos*, che egli descrive in *Trochel's Archiv* 1875, I, pagg. 195-197. Ritengo, da quel che posso rilevare dalla sua descrizione e dalla tavola, che i nematodi rinvenuti da Linstow nel 75 non siano altro che quelli da noi rinvenuti nella scorsa estate e che noi riferiamo alla *Filaria labiato-papillosa*.

Torneremo sull'argomento, quando, nella descrizione degli stadii, ci dovremo occupare del breve studio di Linstow.

Colgo l'occasione per porgere i più sentiti ringraziamenti al prof. Tito Gualdi, direttore dell'Ufficio di Sanità del Comune di Roma, il quale rese possibili le nostre ricerche ad Ostia, permettendoci di abitare per alcun tempo la Casina degli Inglesi, di proprietà municipale.

Mi è caro anche significare la mia riconoscenza alla Colonia Agricola Ravennate, ed in particolar modo al fattore Francia, per la larghezza usata verso di noi, lasciando a nostra disposizione il bestiame necessario ai nostri studii. È questo non piccolo titolo di benemerenza, tanto più che ognuno sa come i proprietari siano di solito estremamente gelosi del loro bestiame.

Zoologia. — *Ulteriori studi sulla Filaria immitis, Leidy.*
Nota preliminare del dott. G. NOÈ, presentata dal Socio B. GRASSI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Zoologia. — *Nuove ricerche sul modo in cui avviene l'infezione da Anchylostoma* ⁽¹⁾. Nota di GINO PIERI, presentata dal Socio B. GRASSI.

In seguito alla pubblicazione delle mie esperienze sulla trasmissione dell'*Anchylostoma duodenale* ⁽²⁾, dalle quali sembrava esclusa la possibilità di una infezione per penetrazione delle larve del parassita dalla superficie cutanea fino all'intestino, affermata ripetutamente dal dott. A. Looss ⁽³⁾, questi pubblicò recentemente nel Centralblatt für Bakteriologie, Parasitenkunde und Infektionskrankheiten ⁽⁴⁾, i risultati di alcune sue esperienze ulteriori, che confermerebbero invece la sua affermazione.

Della pubblicazione del Looss io trascurerò la parte personale e polemica, nè entrerò in merito al valore scientifico delle nuove esperienze da lui riportate, non trovando, nella relazione che egli ne fa, riportati dettagliatamente i dati necessari per chiarire le condizioni precise in cui esse si

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Anatomia comparata dell'Università di Roma.

(2) Gino Pieri, *Sul modo di trasmissione dell'Anchylostoma duodenale*. Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XI, 1° sem., serie 5ª, fasc. 5°, 1902.

(3) Centralblatt für Bakteriologie, Parasitenkunde und Infektionskrankheiten, volume XXIV, pag. 483; Ib., vol. XXIX, n. 18.

(4) Ib., vol. XXXIII, n. 5. A. Looss, *Weiteres über die Einwanderung der Anchylostomen von der Haut aus* (pag. 330-343).

sono svolte, ed escludere ogni sospetto sulle possibilità di infezione per la via orale.

Le esperienze condotte dal Looss per confermare la sua ipotesi sono tre. La prima fu compiuta sull'uomo per mezzo di larve di *Anchylostoma* (*Dochmius*) *duodenale*; le uova degli anchilostomi, sviluppatasi dalla presunta infezione attraverso la pelle, comparvero nelle feci del soggetto su cui il Looss sperimentò 71 giorni dopo la deposizione delle larve sulla pelle. Le altre due furono fatte su due cani, con larve di *Dochmius trigenocephalus*; anche queste ebbero secondo il Looss risultato positivo: i due cani morirono, dice il Looss, di Anchilostomiasi acuta, uno al decimo giorno dalla deposizione delle larve sulla pelle, il secondo nella notte fra il nono e il decimo giorno. Gli anchilostomi rinvenuti nell'intestino dei cani avevano per la massima parte raggiunto lo stadio definitivo. La durata dello sviluppo dei parassiti nei cani si era dunque mostrata nell'infezione attraverso la pelle uguale a quella che si verifica nella infezione per via orale; nell'uomo invece lo sviluppo dell'infezione attraverso la pelle aveva avuto una durata molto maggiore di quella con cui si verifica quella per via orale (4-5 settimane). Il Looss riferisce tale diversità di durata al differente punto della pelle scelto per la penetrazione delle larve: nell'uomo le larve furono deposte sulla pelle dell'avambraccio vicino al polso, nei cani sulla pelle della regione toracica un po' dietro la scapola.

Era naturale che dalla pubblicazione del Looss io fossi spinto a rinnovare le esperienze sulla dibattuta questione.

Poichè il riscontrare i parassiti già liberi nell'intestino al termine dell'esperienza potrebbe anche provenire da una infezione assunta casualmente per via orale, tentai di sorprenderli nel presunto stadio in cui dovrebbero attraversare la parete intestinale.

Guidato da questo criterio intrapresi alcune esperienze sul *Dochmius trigenocephalus* del cane (¹).

Il 15 marzo 1903 iniziai, nel termostato alla temperatura di + 28° C, alcune culture di uova di *Dochmius*; dopo appena cinque giorni le culture presentavano già alcune larve incapsulate; man mano che le larve maturarono io le raccolsi e le conservai nell'acqua. Il 30 marzo presi un cane che aveva una lieve infezione di *Dochmius* (circa 1 uovo ogni due preparati di feci diluite, delle dimensioni dei comuni coprioggetti), il che non importava per l'esperienza che mi prefiggevo. Sulla regione dorsale di esso, dietro la scapola, tagliai il pelo con le forbici fino all'altezza di 1 mm: inumidii con un po' d'ovatta bagnata, e lasciai sgocciolare sul posto cinque gocce della poltiglia del fondo delle culture in cui brulicavano le larve, mature e vivaci; calcolo che le larve così applicate sulla pelle fossero oltre duecento. Il cane diede in breve

(¹) In queste esperienze ebbi cortese aiuto dal dott. Giovanni Noè.

segno di risentire vivo prurito sul luogo ove furono deposte le larve, tentando ripetutamente di mordersi e di grattarsi, il che gli fu impedito con cura. Dopo circa due ore la poltiglia si era disseccata; ne esaminai al microscopio una quantità che prima dell'esperienza avrebbe potuto contenere una cinquantina di larve: non ne conteneva più che una. Quindi applicai sul punto della tentata infezione un vetrino d'orologio, lo fissai con striscie di cerotto, fasciai accuratamente il tronco del cane, e lo lasciai fasciato in permanenza ⁽¹⁾. Il giorno seguente (31 marzo) rinnovai l'esperienza sgocciolando un numero di larve uguale all'incirca a quello della prima volta su un punto della pelle vicino a quello su cui avevo compiuto la prima esperienza e dove si era manifestato. Applicai anche questa volta il vetrino, il cerotto, le fasce.

Nei giorni 1, 2, 3 aprile ripetei l'esperienza in condizioni identiche su altri punti della regione dorsale e lombare del cane.

Noto di passaggio che in questa, come nelle posteriori esperienze sui cani, non si verificarono le scariche diarroiche, poche ore dopo l'applicazione delle larve, osservate dal Looss negli esperimenti riferiti; nè osservai alterazioni nella defecazione durante il corso delle esperienze.

La mia intenzione nel tentare queste varie infezioni a distanza di un giorno l'una dall'altra, era quella di sorprendere i varî stadi della penetrazione delle larve (se questa avvenisse) fino al lume intestinale.

A tale scopo il 5 aprile (7° giorno dell'esperienza) uccisi il cane. Gli organi della cavità toracica e addominale nulla presentavano di anormale. L'intestino tenue, legato preventivamente ai due capi, fu aperto. Sulla mucosa trovai quattro *Dochmius* perfettamente sviluppati e sessualmente maturi: nessuna possibilità dunque che si trattasse di anchilostomi provenienti dall'infezione attraverso la pelle, erano senza dubbio quelli dell'infezione preesistente.

La superficie della mucosa fu quindi ispezionata colla lente senza riscontrarvi nulla di notevole, eguale risultato negativo ebbe l'esame della parete intestinale e del mesenterio. Infine tagliai con le forbici la mucosa per tutta la estensione dell'intestino fino alla profondità della tunica muscolare, e la

(1) Credei opportuno prendere queste precauzioni per evitare (conoscendo la facoltà delle larve di resistere varî giorni al disseccamento) che il cane, nel tempo che seguì l'esperienza, leccandosi o grattandosi sul posto, potesse ingoiare qualche larva capace di infettarlo. Il Looss riferisce che egli, nella sua esperienza sui cani, due ore dopo l'applicazione delle larve, bagnò per un minuto la pelle nel punto dell'infezione con alcool a 96°, affinchè, egli dice, le larve che restassero ancora viventi sulla pelle o sui peli fossero sicuramente uccise, e non potessero dare origine a una infezione per l'apparato digerente. Ma a me sembra che, con tale lavaggio, abbiano potuto restare uccise anche le altre larve, quelle, secondo lui, destinate all'infezione attraverso la pelle, per quanto già penetrate nei follicoli dei peli.

esaminai con cura al microscopio; feci insomma tutte le ricerche possibili, giovandomi anche della compressione, il risultato fu ugualmente negativo.

Nel 7° giorno dell'infezione non si trovavano dunque larve nè anchilostomi in via di sviluppo nel lume intestinale, nè nelle pareti dell'intestino, nè nel mesenterio.

Escludo che tale risultato possa derivare dal materiale improprio usato nell'esperienza. Che il cane non fosse refrattario all'infezione da anchilostoma, lo dimostra la piccola infezione stabilitasi precedentemente alla esperienza. Che le larve usate fossero mature e capacissime di infettare lo dimostra il seguente dato di controllo: lo stesso giorno 30 marzo in cui iniziai l'esperienza, feci ingoiare un certo numero di larve, prese dalle stesse culture, ad un altro cane che aveva anch'esso una leggera infezione di *Dochmius*, della stessa entità all'incirca di quella esistente nel cane che servì alla esperienza riferita; dopo una ventina di giorni il numero di uova di *Dochmius* riscontrabile nelle feci del cane infettato per via orale crebbe notevolmente (8-10 per preparato), il che significa che le larve ingoiate si erano sviluppate e avevano raggiunto la maturità sessuale.

I risultati dell'esperienza mi sembrarono sicuri e dimostrativi; tuttavia per ovviare alle obiezioni che il termine di sette giorni non fosse sufficiente alle larve per giungere dalla pelle alla parete intestinale (il Looss aveva del resto trovato gli anchilostomi liberi nell'intestino e giunti all'ultimo stadio di sviluppo già al 10° giorno!) decisi di rinnovare l'esperienza.

Il 14 aprile in un cane perfettamente libero da infezione di *Dochmius* tagliai con le forbici il pelo in corrispondenza alla regione lombare, inumidii la pelle, sgocciolai oltre 300 larve mature, lasciai disseccare l'acqua in cui queste erano sospese, quindi coprii con un vetrino di orologio, fissai il vetrino con striscie di cerotto, fasciai il cane in permanenza.

Il 23 aprile, al 10° giorno della esperienza, uccisi il cane. Nulla di anormale nei visceri, nè nell'intestino, nel contenuto del quale non trovai alcun anchilostoma, nè allo stato larvale, nè allo stato adulto. Ugual risultato negativo ebbero l'ispezione colla lente della parete intestinale in trasparenza, del mesenterio, e l'esame al microscopio della mucosa staccata per tutta l'estensione dell'intestino, non che molte altre ricerche.

Ancora un'altra esperienza volli provare, che confermasse i risultati delle precedenti, e in cui il termine fra il tentativo di infezione del cane e la morte di esso fosse ancora più lungo.

Il 6 agosto su di un cane indenne anch'esso da infezione di *Dochmius* applicai, nelle modalità e colle precauzioni prese nelle esperienze surriferite, circa 400 larve mature, lasciai disseccare l'acqua in cui erano contenute, coprii col vetrino, fissai col cerotto, fasciai il cane.

Il 18 agosto, 13° giorno dell'esperienza, nel cane ucciso procedetti a tutti gli esami eseguiti nelle precedenti esperienze: nel contenuto intestinale,

nelle pareti dell'intestino, nello spessore della mucosa, nel mesenterio, non rinvenni nè i *Dochmius*, nè le loro larve.

In conclusione, le tre esperienze sui cani col *Dochmius trigonocephalus*, condotte nelle condizioni più favorevoli, con tutte le precauzioni che mi sembrarono necessarie e sufficienti, mi hanno dato risultato recisamente negativo sul verificarsi di una infezione per la penetrazione delle larve attraverso la pelle.

Era mio desiderio anche rinnovare le esperienze già da me tentate sull'*Anchylostoma duodenale*, e ciò mi fu possibile per la cortesia dell'illustre prof. Maffucci, il quale mi fece avere le feci di un infermo di anchilostomiasi degente nell'ospedale di Pisa.

Dalle colture iniziate al termostato a 28° C. ebbi in breve una buona quantità di larve incistate, mature e vivaci.

Il giorno 29 aprile iniziai l'esperimento. Non potei compierlo su me stesso, sia perchè attualmente io ospito ancora qualche anchilostoma, residuo di una infezione provocata sperimentalmente parecchi mesi or sono e di cui non mi sono liberato completamente, sia anche perchè a me che ho continuamente fra le mani colture di larve, è difficile evitare ulteriori infezioni casuali per via orale. Alla difficoltà di trovare un soggetto su cui tentare l'infezione ovviò il prof. B. Grassi ritentando sopra lui stesso l'esperimento.

Il 29 aprile sulla pelle del piede del prof. Grassi e precisamente fra le dita e alle radici di queste, deposi dieci gocce di acqua contenenti ciascuna oltre cinquanta larve, e attesi che asciugassero. Sul piede fu quindi messa la calza e lasciata in permanenza per cinque giorni, per evitare che, toccando, qualche larva sopravvivate potesse attaccarsi alle mani e produrre una casuale infezione per via orale. Il 5 maggio fu tolta la calza e lavata la pelle con una soluzione di sublimato per uccidere le larve che eventualmente fossero ancora sulla pelle.

L'esame delle feci, eseguito ripetutamente fino ad oggi, ha dato risultato costantemente negativo rispetto alla presenza di uova del parassita. L'infezione attraverso la pelle non si è dunque verificata.

Concludendo, quattro nuove esperienze, tre col *Dochmius trigonocephalus* nel cane, una coll'*Anchylostoma (Dochmius) duodenale* nell'uomo, in cui si tentò di produrre l'infezione col depositare centinaia di larve sulla pelle, sono riuscite negative; in nessun caso si è verificato lo stabilirsi di una infezione di *Anchylostoma* nei soggetti d'esperimento. Io debbo perciò ritenere che l'unica via per cui avvenga la infezione sia quella orale, per l'ingoiamento delle larve mature.

Nel chiuder la presente Nota ringrazio il prof. Battista Grassi, sotto la direzione e il controllo del quale io ho eseguito queste ricerche.

Psicologia sperimentale. — *Contributo allo studio della velocità di propagazione dello stimolo nel nervo sensitivo dell'uomo* ⁽¹⁾. Nota del prof. FEDERICO KIESOW, presentata dal Socio A. Mosso.

Nel 1850 Helmholtz dimostrò che la velocità di propagazione dell'eccitamento nervoso è misurabile. Egli lavorò sul nervo motore, servendosi dapprima del nervo sciatico della rana che egli, seguendo il metodo di Pouillet per la misura di piccoli intervalli di tempo, stimolava mediante correnti elettriche istantanee in punti a varia distanza dall'entrata del nervo nel muscolo ⁽²⁾. Questi esperimenti fornirono come valori medi più probabili: 26,4 e 27,0 met. per min. sec., però con una oscillazione dei valori delle singole serie, fra 24,6 e 38,4 met. per min. sec. ⁽³⁾. Helmholtz poté, inoltre, fin d'allora dimostrare che anche la temperatura esercita una influenza sulla velocità di propagazione. Più tardi egli estese queste ricerche a quanto avviene nell'uomo, incaricando N. Baxt della loro esecuzione secondo un piano ideato da Helmholtz stesso. Qui veniva stimolato elettricamente il nervo mediano, ora al polso, ora alla parte superiore del braccio, e, nel medesimo tempo, si registravano le contrazioni dei muscoli dell'eminenza tenare. Da questi esperimenti si ebbe un valore medio di 33,9005 met. per min. sec. con una variazione dei singoli valori fra 31,5389 e 37,4927 met. ⁽⁴⁾. Infine, nel 1870 Helmholtz pubblicò insieme con Baxt altri esperimenti che dimostrarono la notevole influenza esercitata dalla temperatura sulla velocità della corrente nervosa anche nell'uomo.

In questi esperimenti anche il nervo ulnare venne stimolato, e si registrarono le contrazioni dell'abducente del dito indice e dell'adduttore del pollice. Per il tratto dal polso fino al gomito risultarono, in questo modo, da esperimenti fatti verso la fine dell'estate, durante l'inverno e al principio dell'estate seguente, valori fra 27,8081 e 32,8827 met. per min. sec.; per lo stesso tratto, essendo stimolato il nervo mediano, si ebbe un valore medio di 30,3904 met. per min. sec. Da tutti i valori ottenuti risultò una media totale di 30,1488 met. per min. sec. Verso la metà dell'estate, però, i va-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Torino, sezione di Psicologia sperimentale.

(2) Akademie der Wiss. zu Berlin, Berichte 1850, pag. 14; Müller's Archiv. 1850, pp. 71 e 276.

(3) Ibid. pp. 337 e 351.

(4) Berliner Berichte, 1867, pag. 228.

lori aumentarono notevolmente, mentre invece diminuirono al principio dell'inverno. Ulteriori esperimenti fecero poi riconoscere che il riscaldamento dell'arto cagionava regolarmente un aumento della velocità di conducibilità nervosa; il raffreddamento, per contro, una diminuzione di essa ⁽¹⁾.

I risultati di questi esperimenti fondamentali furono accettati dalla pluralità degli sperimentatori; ma la velocità della corrente nel nervo sensitivo dell'uomo rimane ancora oggi un problema da risolversi, benchè ci sia la tendenza di supporla non diversa da quella del nervo motore. Lo stesso Helmholtz indicò le difficoltà di queste ricerche e accennò alle differenze nelle indicazioni dei diversi sperimentatori, e furono appunto questi fatti che lo indussero a cercare una soluzione del problema limitandolo sul nervo motore dell'uomo ⁽²⁾.

Ma, così per quanto riguarda la cognizione dei processi di reazione, come per quanto si riferisce a quella delle sensazioni cutanee e alla misura di esse furono fatti grandi progressi. Partendo da queste nuove conoscenze ho seguito una via per la quale, a quanto mi sembra, possiamo sperare risultati sicuri. Vi fui condotto principalmente in seguito ad estese ricerche intorno ai tempi di reazione della sensazione tattile di carico prodotta su punti isolati. Questo lavoro, ultimato nella parte sperimentale, verrà prossimamente pubblicato.

Come base delle ricerche che ora comunico ho posto *la reazione muscolare di massimo grado*. È necessario che il soggetto in esperimento abbia acquistato *il grado massimo di esercizio*. Le ragioni di ciò sono evidenti. La reazione resta semplificata, e, dacchè tutti gli altri fattori che vi hanno parte rimangono necessariamente i medesimi, così le differenze di tempo che risultano nei valori medii, possono essere cagionate solo dalla via più lunga che lo stimolo è obbligato a percorrere. Venivano stimolati punti cutanei del braccio sinistro e della gamba sinistra; le mie ricerche, però, si distinguono da tutte quelle fatte finora per l'eccitazione di punti sensibili *isolati*. Come tali ho scelto per il presente lavoro determinati *punti tattili*. Di più, l'eccitazione non è, nel caso nostro, elettrica, ma meccanica e viene generata mediante un pelo stimolatore di v. Frey, il cui valore di tensione venne prima determinato esattamente.

Questo pelo si fissa in un estesiometro che io ho ideato collo scopo apposito di esperimenti sul tempo di reazione e al quale ho dato il nome di *estesiometro elettro-magnetico*. Esso permette di effettuare l'eccitamento mediante la chiusura, a distanza, di un circuito elettrico. Nel momento di eccitazione si chiude, inoltre, un'altra corrente destinata a far muovere le lancette del cronoscopio di cui sarà tosto fatta menzione. Per assicurarci della

(1) Ibid. 1870, pag. 184.

(2) Berliner Berichte 1867, pp. 228 e 229.

massima precisione dell'eccitamento del punto, si monta tutto l'apparecchio su un « sostegno universale » (*Universalstativ*) di Zimmermann. Debbo aggiungere che l'eccitazione si fece ogni volta con una velocità molto superiore a quella che può esercitare ancora una influenza sull'intensità della sensazione. Si cercò la posizione più comoda per gli arti durante l'esperimento. Come al solito le ricerche si fecero in due stanze. Feci uso, come cronoscopio, dell'orologio di Hipp fornito da Runne di Heidelberg. L'orologio si controllava mediante il grande martello di controllo di Wundt. Il tasto di reazione adoperato fu quello introdotto da Cattell. Il soggetto indicava la reazione col dito indice della mano destra. L'intervallo fra segnale ed eccitamento si manteneva costante ed era un po' superiore ad $1\frac{1}{2}$ min. sec. In quanto agli altri particolari mi limito a dire che tutta la disposizione corrispondeva completamente a quella raccomandata e descritta da Wundt ⁽¹⁾. Lavorai sempre coll'aiuto di due assistenti dei quali uno, in una stanza, si occupava dell'orologio e dava l'eccitamento, mentre l'altro, nella stanza attigua, dove si trovava il soggetto, dirigeva l'estesimetro e stava attento acciocchè il pelo cadesse sempre precisamente sul punto tattile. Soggetto e sperimentatore si intesero per mezzo di segnali acustici convenzionali. Il soggetto teneva gli occhi chiusi durante gli esperimenti e, allo scopo di escludere, per quanto era possibile, l'azione di rumori disturbanti si teneva le orecchie turate con tappi di sughero convenientemente adattati. Per quanto riguarda le singole reazioni, basta dire che esse si facevano in ragione di 10 e di 15 per ogni serie, e che si scartavano solo quei valori che venivano segnalati come non attendibili dal soggetto. Allorquando i valori, in seguito ad un principio di stanchezza mentale, cominciarono a diventare irregolari, come alcune volte accadde alla fine di una seduta, preferii scartare l'intera serie, la quale veniva poi ripetuta nella seduta successiva. Conviene inoltre notare che, fra una serie e l'altra, si frapponeva una pausa, mentre le singole reazioni si seguivano colla maggiore rapidità consentita.

Io stesso ho servito da soggetto e sono in dovere di ringraziare vivamente per il valido e intelligente aiuto prestato la signorina Aymar, il dottore A. Fontana e la mia consorte.

Quando incominciai ad occuparmi di questo problema, aveva fatto ogni giorno, con pochissime eccezioni, delle reazioni durante parecchi mesi. Poichè avevo reagito in ultimo in modo esclusivamente muscolare, potevo presupporre in me un grado massimo di esercizio.

Siccome, secondo il mio modo di vedere, è condizione importantissima per la soluzione della questione, che, punti tattili vengano eccitati nel maggiore isolamento possibile, non scelsi punti della mano, del piede o della

(1) Grundzüge der physiol. Psychologie, 5. ed., vol. III, pag. 387.

faccia, luoghi dove sono fittissimi, ma punti piliferi del braccio e della gamba ⁽¹⁾.

Convieni, inoltre, aver cura che i punti tattili scelti su di un medesimo arto siano di una stessa sensibilità o all'incirca. Finalmente è necessario scegliere convenientemente la intensità dello stimolo. Se l'intensità dello stimolo è troppo piccola, una reazione muscolare di massimo grado non è più possibile, poichè l'attenzione non può più concentrarsi sul movimento da eseguire: essa si rivolge involontariamente in parte sulla impressione da aspettarsi. I valori, per conseguenza, aumentano e le oscillazioni sono più notevoli. D'altra parte, se l'intensità è troppo grande, non si può più essere sempre sicuri di stimolare un solo organo tattile, e, in causa della maggiore estensione della deformazione, altri organi possono venire simultaneamente eccitati. Da ciò risultano una diminuzione dei tempi di reazione e oscillazioni che difficilmente si possono controllare. Di più, essendo il numero di punti sensibili nell'unità di superficie, anche su un medesimo arto, non sempre eguale ⁽²⁾, i valori di tempo ottenuti non sarebbero in questo caso paragonabili fra di loro.

Quando vengano osservate tutte queste condizioni, un nuovo studio del problema mi sembra giustificato.

La sensibilità dei punti tattili finora esaminati corrisponde ad un valore di soglia di 1 g/mm. Come intensità di stimolo ho adoperato un pelo del valore di 6 g/mm che aveva le seguenti costanti:

Sezione trasversale	Raggio medio	Forza	Valore di tensione
0,038 mm ²	0,11 mm	0,66 g	6 g/mm

Questo valore di stimolo potrebbe sembrare un po' alto, ma non si deve dimenticare che il soggetto, avendo gli occhi chiusi, non vede i punti durante l'esperimento, e quindi lo stimolo dev'essere forte abbastanza per permettere di concentrare l'attenzione *senza difficoltà* sul movimento di reazione da eseguire. Non voglio dire con ciò che non si possa reagire muscolarmente anche a stimoli più deboli, anzi mi riservo di tornare su di ciò in un altro lavoro; per questi esperimenti, però, non mi conveniva di adoperare lo stimolo più debole, ma bensì il più forte possibile.

Gli esperimenti si facevano un giorno dopo l'altro, senza interruzione, e sempre alle stesse ore della giornata. Mantenevo un regime di vita costante e la temperatura della stanza di osservazione era di circa 20° C.

I. *Esperimenti sul braccio.* — I punti scelti si trovavano: per l'avambraccio, sulla faccia anteriore al limite dei peli; per il braccio, verso la

(1) Cfr. il mio lavoro *Ueber Verteilung und Empfindlichkeit der Tastpunkte* nei Philos. Studien. Vol. XIX, pag. 260.

(2) Cfr. il mio lavoro sopra citato.

metà, sulla faccia anteriore. Su questo come su quello si stabilirono due punti. Su ognuno dei due punti dell'avambraccio si fecero 100 osservazioni. I due punti sul braccio vennero eccitati, l'uno 100 volte, l'altro 200 volte. Tanto i primi punti, quanto gli ultimi erano situati su una medesima linea trasversale, ma a piccola distanza tra loro, quindi, per quanto riguarda la distanza fra quelli in alto e quelli in basso, non c'erano differenze notevoli. La circonferenza del mio braccio è in corrispondenza dei punti verso il polso di circa 17 cm., in corrispondenza di quelli del braccio di 27 cm.

Per i due *punti dell'avambraccio* ottenni i seguenti valori medi:

1° punto: 161,10^σ (¹) (var. med. 10,9800).

2° punto: 163,38^σ (var. med. 9,6852).

Sul *braccio* trovai i seguenti valori medi:

1° punto: 151,64^σ (var. med. 9,9080).

2° punto, 1° centinaio: 151,70^σ (var. med. 11,1880).

" 2° " 150,61^σ (var. med. 12,2946).

Da questi valori medi risultano le differenze seguenti:

$$1. \quad 161,10 - 151,64 = 9,46^{\sigma}.$$

$$2. \quad 161,10 - 151,70 = 9,40^{\sigma}.$$

$$3. \quad 161,10 - 150,61 = 10\ 40^{\sigma}.$$

$$4. \quad 163,38 - 151,64 = 11,74^{\sigma}.$$

$$5. \quad 163,38 - 151,70 = 11,68^{\sigma}.$$

$$6. \quad 163,38 - 150,61 = 12,77^{\sigma}.$$

La distanza fra i punti tattili dell'avambraccio e quelli del braccio essendo di 33 cm. avremmo, se consideriamo come di eguale lunghezza la via nervosa, in realtà più lunga, che lo stimolo deve percorrere, le seguenti velocità di propagazione:

$$1. \quad 34,884 \text{ met. per min. sec.}$$

$$2. \quad 35,106 \quad " \quad " \quad "$$

$$3. \quad 31,731 \quad " \quad " \quad "$$

$$4. \quad 28,109 \quad " \quad " \quad "$$

$$5. \quad 28,253 \quad " \quad " \quad "$$

$$6. \quad 25,843 \quad " \quad " \quad "$$

La *media aritmetica* di questi 6 valori è di 30,654 metri per minuto secondo.

Prendendo i punti di sopra e di sotto insieme e calcolando le differenze

(¹) 1^σ = 0,001 min. sec.

dai valori medi ottenuti da ogni 200 singole determinazioni, troviamo i valori seguenti:

1. $162,24 - 151,67 = 10,57^{\circ}$.
2. $162,24 - 151,13 = 11,11^{\circ}$.
3. $162,24 - 151,16 = 11,08^{\circ}$.

Da queste differenze risultano le velocità di propagazione di:

1. 31,220 met. per min. sec.
2. 29,703 " " "
3. 29,783 " " "

La *media aritmetica* di questi valori è di 30,235 metri per min. sec.

II. *Esperimenti sulla gamba.* — Anche qui vennero esaminati, così sulla gamba (verso il piede) come sulla coscia (verso la piega inguinale) due punti piliferi. Su ogni punto si fecero 100 osservazioni. Anche qui i punti si trovavano, tanto in alto quanto in basso sulla medesima linea trasversale a piccola distanza fra di loro. La circonferenza della mia gamba è, in corrispondenza dei punti in basso, di 23,5 cm., in corrispondenza di quelli in alto, di 47 cm.

Sui *punti della gamba* ottenni i seguenti valori medi:

- 1° punto: $185,79^{\circ}$ (var. med. 14,0574).
- 2° punto: $182,73^{\circ}$ (var. med. 14,8446).

Sulla *coscia* trovai i seguenti:

- 1° punto: $167,64^{\circ}$ (var. med. 12,9316).
- 2° punto: $165,48^{\circ}$ (var. med. 10,1728).

Troviamo quindi le differenze seguenti:

1. $185,79 - 167,64 = 18,15^{\circ}$.
2. $185,79 - 165,48 = 20,31^{\circ}$.
3. $182,73 - 167,64 = 15,09^{\circ}$.
4. $182,73 - 165,48 = 17,25^{\circ}$.

La distanza fra i punti sulla coscia e quelli sulla gamba, misurata passando sopra il ginocchio, è di 58 cm. Considerando anche qui come eguale la distanza percorsa dallo stimolo, troviamo i seguenti valori di velocità:

1. 31,956 met. per min. sec.
2. 28,557 " " "
3. 38,436 " " "
4. 33,623 " " "

La *media aritmetica* di questi 4 valori è di 33,143 metri per minuto secondo.

Mettendo insieme, anche qui, i punti in alto e quelli in basso, e calcolando la differenza ottenuta dai valori medi di ogni 200 determinazioni troviamo:

$$184,26 - 166,54 = 17,50^{\circ}.$$

Questa differenza corrisponde ad una velocità di conducibilità di 32,768 metri per min. sec.

Mettendo insieme ancora una volta i valori medi calcolati, troviamo una velocità di propagazione dello stimolo

per il braccio di:

1. 30,654 metri per min. sec. con una variazione dei singoli valori da 25,843 sino a 34,884 metri per min. sec.

2. 30,325 metri per min. sec. con una variazione dei singoli valori da 29,783 sino a 31,220 metri per min. sec.;

per la gamba di:

1. 33,143 metri per min. sec. con una variazione dei singoli valori da 28,557 sino a 38,436 metri per min. sec.

2. 32,768 metri per min. sec.

Se confrontiamo questi valori con quelli trovati da Helmholtz e Baxt per il nervo motore, e ricordiamo che la via percorsa dallo stimolo nel braccio è certamente più lunga della distanza fra i due ordini di punti, ci si affaccia la conclusione che, così per il braccio come per la gamba, *una differenza nella velocità della corrente di propagazione fra il nervo motore ed il sensitivo nell'uomo non è ammissibile, almeno non per quelle vie nervose che sono qui in questione.*

Fisiologia. — *I mutamenti del sangue sull'alta montagna* ⁽¹⁾.

Nota I del dett. CARLO FOÀ, presentata dal Socio A. MOSSO.

Le ricerche di cui mi propongo di comunicare i risultati in questa ed in un'altra Nota vennero eseguite in parte a Torino (m. 238), in parte a Silvaplana (m. 1816), in parte ancora ad Alagna (m. 1180) e finalmente sul Col d'Olen (m. 2865) e sulla vetta del monte Rosa (m. 4560).

L'osservazione che sull'alta montagna si noti un aumento di corpuscoli rossi nel sangue ricavato dalla puntura della pelle o dalle vene superficiali della pelle stessa, risale già ad alcuni anni or sono, e venne confermata da molti autori. Viault trovò fra i primi l'iperglobulia nell'uomo sulle Cordigliere, e nel 1892 ripetendo le esperienze aggiunse di aver trovato nel sangue dei mammiferi dei globuli assai piccoli, e nel sangue dei polli e dei piccioni alcuni globuletti rotondi senza nucleo! Con questa osservazione del Viault comincia la serie numerosa dei più svariati reperti microscopici de-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nella quarta spedizione sul Monte Rosa diretta dal prof. A. Mosso.

scritti dai varî autori per il sangue in alta montagna, reperti che per la loro molteplicità e diversità, come per la incertezza della descrizione ingenerano il dubbio che vi sia stato errore o nell'osservazione, o più probabilmente nella tecnica usata. Così, mentre Wolff e Koeppé confermarono il reperto di Viault circa i piccoli globuli e Koeppé trovò anche dei poichilociti, altri autori come Schaumann e Rosenquist trovarono un notevole aumento nel diametro degli eritrociti, e infine Jolly, Bensaude, Abderhalden non trovarono punto mutata la forma e la dimensione dei corpuscoli rossi. Lo strano è che vennero interpretati come forme giovani di corpuscoli rossi, così i microciti come i macrociti, mentre è noto per le ricerche di Limbeck, Ehrlich, Quinke, come i microciti debbano essere ritenuti piuttosto globuli vecchi e degenerati, che non forme giovanili.

Il Grawitz arrivò persino a spiegare l'esistenza di tali microciti invocando l'aumento di concentrazione che il sangue subirebbe per la maggior perdita di acqua a cui, secondo l'autore, è sottoposto l'organismo in montagna. Il Gaule avrebbe trovato numerosi globuli rossi nucleati nel sangue circolante dei mammiferi, e delle forme di mitosi nelle emazie degli uccelli; l'uno e l'altro reperto probabilmente dovuti ad imperfetto allestimento ed interpretazione dei preparati microscopici.

Nel 1896 vennero fatte a Gressonney (m. 1600) dal dott. Kuthy alcune ricerche dalle quali non risulta per la variabilità delle cifre, se esista o no l'iperglobulia. L'autore attribuisce l'insuccesso all'imperfezione dei metodi usati per il conteggio dei globuli, e la determinazione dell'emoglobina, ma non è improbabile che la causa maggiore di incertezza fosse il non essere Gressonney sufficientemente alta sul livello del mare da rendere evidenti i fenomeni dell'alta montagna. Infatti, malgrado i risultati opposti di alcuni autori, io potei convincermi, come apparisce dalle tabelle che esporrò più avanti, che l'iperglobulia non si fa ancora manifesta neppure all'altezza di 1800 metri. Nel 1898 Schaumann e Rosenqvist pubblicarono un lungo lavoro, esponendo i risultati di esperienze fatte tenendo dei conigli per alcun tempo sotto la campana pneumatica in cui veniva mantenuta una pressione di 450-480 mm. di Hg.

Gli autori ammettono una vera neoformazione di corpuscoli rossi ed a sostenere questa tesi si basano, oltre che su concetti dottrinali, anche sull'aver trovato nel sangue, dei macrociti che essi interpretano come forme giovani di eritrociti, ed una maggiore abbondanza di normoblasti nel midollo delle ossa. Tuttavia l'aver essi pure trovato numerose « schatten », e molti nuclei liberi nel sangue degli uccelli, fa dubitare che vi fossero imperfezioni nella tecnica usata, perchè un tale reperto non fu confermato da altri autori, nè io stesso potei confermarlo. Ma oltre a queste contraddizioni nei reperti istologici, sorse anche per altre ragioni il dubbio che l'iperglobulia dell'alta montagna non sia dovuta ad una esagerata funzione ematopoetica del midollo delle ossa, e perciò ad una vera neoproduzione di eritrociti.

Venne infatti obiettato che difficilmente si potrebbe ammettere che un tale fortissimo risveglio dell'attività del midollo si possa effettuare in un tempo così breve, quale è quello che basta al prodursi dell'iperglobulia (4-6 ore). Movendo da questa obiezione pensai che se a dare quest'iperglobulia, il midollo versasse in circolo in così breve tempo, tanta copia di corpuscoli rossi, questi dovrebbero avere i caratteri dei corpuscoli neoformati, giovani ed immaturi. Ricercai allora al microscopio se fosse possibile identificare questi corpuscoli, non già basandomi sulla loro grandezza, che è criterio molto arbitrario, ma usando di alcuni metodi di colorazione che rivelano con grande facilità la presenza di eritrociti giovani. Uno dei metodi consiste nel colorare a fresco il sangue col rosso neutro (P. Foà e Demel), l'altro nell'usare di una debole soluzione di bleu di metilene (Poggi). Non insisterò nel descrivere i particolari di questi metodi, solo dirò che i vari ricercatori che li usarono sono d'accordo nell'ammettere che essi valgono assai bene a differenziare i globuli rossi giovani dai vecchi, per certe granulazioni tingibili proprie soltanto delle emazie immature. Orbene: *per quanti preparati di sangue io abbia fatto, sia nelle prime ore dall'arrivo in alta montagna, sia dopo qualche giorno di permanenza, non mi fu dato mai di trovare di tali corpuscoli giovani un numero maggiore di quello che si trovi nel sangue normale.* I corpuscoli a granuli tingibili, sono estremamente rari sulla vetta del monte Rosa come in pianura. Non oso dire che un tale reperto basti a dimostrare che il midollo delle ossa non esageri in montagna la sua funzione ematopoetica, ma certo è un risultato che merita d'esser preso in considerazione.

Accresciuto per tali ricerche il dubbio che l'iperglobulia fosse reale, esaminai accuratamente il midollo delle ossa, eseguendo molti preparati che tuttora conservo. Sacrificai per questo scopo alcuni animali (conigli e cavie) non appena arrivati a grandi altezze, ed altri dopo uno, due giorni di permanenza in alta montagna, ed altri ancora dopo 8-12 giorni. Esaminai pure il midollo ed altri organi di un coniglio e di una cavia che dopo essere stati per 12 giorni sul monte Rosa, erano stati poi riportati ad Alagna. Li sacrificai ad Alagna due giorni dopo la discesa dal Rosa, quando già i conteggi del sangue estratto dalla vena auricolare mi avevano dimostrato che l'iperglobulia era scomparsa. I pezzi vennero fissati in liquido di Zenker e di Flemming, e colorati i primi con ematossilina ed eosina, i secondi con safranina ed acido picrico. I risultati di queste indagini furono i seguenti:

1. *Il midollo delle ossa di conigli e di cavie 6 ore dopo l'arrivo a 3000 m. e dopo 1, 3, 6 giorni di permanenza a 4560 metri, non dimostra, nè per il suo colore, nè per l'aspetto microscopico un'esagerata funzione ematopoetica, non riscontrandosi un numero di normoblasti maggiore del normale.*

2. *I midolli di un coniglio e di una cavia, esaminati l'uno dopo 8 e l'altro dopo 12 giorni di permanenza sul monte Rosa, si presentano più*

rossi del normale, ed anche al microscopio rivelano un'aumentata funzione ematopoetica.

Prima di cercare l'interpretazione di questi fenomeni, desidero esporre i risultati di altre ricerche, per veder di trarne da ultimo una conclusione che s'accordi con tutti i dati dell'esperimento.

Alcuni ricercatori avevano trovato o sospettato che l'iperglobulia dipendesse da una diversa distribuzione dei corpuscoli rossi nei vari territorî vascolari. Per cercare se questo fosse vero, eseguii un certo numero di conteggi su scimmie, cani e conigli paragonando il sangue ricavato dall'orecchio con quello ricavato dalla carotide. Praticai pure a varie altezze e in periodi diversi di tempo, dei conteggi sul sangue umano ricavato dalla puntura di un dito, ed i risultati di queste esperienze sono riferiti nelle seguenti tabelle:

TABELLA I (1).

Nome	Globuli rossi	Emoglobina	Luogo.	Data
Prof. A. Mosso . . .	5.560.000	14,04 ‰	Alagna	9 agosto
	6.544.000	16,92 ‰	Cap. Margherita	17 "
Dott. Aggazotti. . .	—	14,00 ‰	Torino	24 luglio
	4.960.000	14,6 ‰	Alagna	9 agosto
	5.400.000	15,4 ‰	Col d' Olen	10 "
			(dopo 9 ore dall'arrivo)	
Dott. Carlo Foà. . .	5.200.000	14,00 ‰	Torino	24 luglio
	4.800.000	14,00 ‰	Silvaplana	27 "
	5.280.000	14,3 ‰	"	28 "
	5.580.000	14,64 ‰	"	30 "
	5.360.000	15,00 ‰	"	2 agosto
	5.440.000	14,36 ‰	Alagna	9 "
	6.320.000	15,96 ‰	Col d' Olen	10 "
			(dopo 8 ore dall'arrivo)	
	6.400.000	16,00 ‰	Col d' Olen	11 agosto
	6.800.000	16,3 ‰	Cap. Margherita	14 "
	5.600.000	15,00 ‰	Alagna	26 "
			(dopo 36 ore dall'arrivo)	
Luigi Magnani. . . .	4.160.000	14,2 ‰	Alagna	9 agosto
	5.040.000	15,32 ‰	Col d' Olen	10 "
			(dopo 9 ore dall'arrivo)	

(1) Per le determinazioni dell'emoglobina usai il nuovo apparecchio di Fleischl, che

TABELLA II ⁽¹⁾.

Animale usato	Sangue dell'orecchio		Sangue arterioso		Luogo e data	Osservazioni
	globuli	emoglobina	globuli	emoglobina		
Coniglio A . . .	4.640.000	11,82 %	—	—	Torino 24 luglio	Il coniglio rimase 8 giorni all'Olen e poi fu portato alla Capanna, dove venne esaminato dopo 21 ore dall'arrivo.
	5.880.000	13,08 %	4.160.000	11,5 %	Capanna Margherita 13 agosto	
	4.800.000	12,06 %	—	—	Alagna 27 agosto	Dopo 36 ore dall'arrivo.
Coniglio B . . .	7.933.000	17,06 %	4.800.000	13,72 %	Capanna 18 agosto	Non esaminato a Torino.
Coniglio C . . .	6.770.000	—	5.010.000	—	Capanna 21 agosto	Non esaminato a Torino.
	5.600.000	13,00 %	—	—	Alagna 27 "	
Coniglio D . . .	6.380.000	15,64 %	5.182.000	14,32 %	Capanna 18 agosto	Morto poche ore dopo il conteggio, per causa ignota.
	6.412.000	15,64 %	5.678.000	14,98 %	" 22 "	
					(dopo 10 giorni)	
Scimmia maschio	6.500.000	15,96 %	5.200.000	15,00 %	Capanna 16 agosto	Sangue preso dall'arteria femorale.
	6.650.000	16,2 %	5.500.000	15,3 %	" 22 "	
Scimmia femina	6.720.000	16,2 %	5.600.000	15,32 %	Capanna (?)	Sangue preso dalla carotide, legando il vaso.
Cagnetta Diana.	6.450.000	16,28 %	5.120.000	15,00 %	Capanna 21 agosto (dopo 9 giorni)	Non esaminata a Torino.
Cagnetta Musa .	7.100.000	16,92 %	5.892.000	15,32 %	Capanna 20 agosto (dopo 8 giorni)	Non esaminata a Torino.
Cagnetta Diana.	—	—	4.798.000	14,79 %	Torino	
Cagnetta Musa .	—	—	5.000.000	15,26 %	Torino	

per l'uso di due doppie concamerazioni a spessore diverso permettono un controllo delle cifre ottenute, e la determinazione dell'emoglobina in valori percentuali.

Per il conteggio dei globuli rossi venne usato l'apparecchio di Thoma-Zeiss, avendo cura che le pipette ed i vetrini fossero ben puliti ed asciutti, e che fra il vetrino portaoggetti ed il coprioggetti, si formassero i cosiddetti anelli di Newton che sono la prova di una perfetta adesione fra i due vetrini.

(¹) Il sangue veniva estratto dall'orecchio senza strofinare, nè in altra guisa irritare l'orecchio stesso, ma solo pungendo una vena superficiale e raccogliendo la goccia. Dalla carotide o dalla a. femorale il sangue veniva preso senza legare l'arteria ma solo pungendola. La temperatura della stanza della Capanna Regina Margherita, durante le esperienze era di 11°. Pressione media 410 mm. di Hg.

Da queste tabelle risulta che:

1. *L'iperglobulia non si manifesta a 1200 metri. A 1800 metri neppure si ha il rapido aumento di corpuscoli rossi, ma solo dopo qualche giorno vi è un accenno ad un aumento di globuli e di emoglobina.*

2. *A 3000 m. l'iperglobulia si manifesta già dopo 8-9 ore dall'arrivo e forse anche prima.*

3. *L'iperglobulia è di grado diverso nei diversi individui.*

4. *Col crescere dei globuli rossi, cresce pure di pari passo l'emoglobina. (Questa conclusione è contraria a quanto trovarono Koeppe, Egger, Jarutowski e Schroeder).*

5. *L'iperglobulia è soltanto periferica e non la si riscontra nel sangue estratto da grossi tronchi arteriosi.*

6. *Nell'ottavo-decimo giorno di permanenza a grandi altezze si nota un lieve aumento di globuli rossi e di emoglobina anche nei grossi tronchi arteriosi, il che è l'effetto del risveglio ematopoetico del midollo delle ossa che descrivemmo sopra. Esiste dunque accanto alla rapida apparente iperglobulia un reale aumento di corpuscoli rossi che non si manifesta se non in ottava-decima giornata. (Coniglio D, cagnette Musa e Diana, nella scimmia maschio è meno evidente).*

7. *Dopo 36 ore dal ritorno al piano l'iperglobulia periferica si può ritenere scomparsa, sebbene ancora si notino valori un po' superiori ai normali.*

La conclusione sesta spiega l'iperglobulia che venne trovata in individui che da lungo tempo vivono in alta montagna (Viault, Egger, Muntz), e il reperto di alcuni autori (Giacosa), i quali avendo fatte le loro ricerche a non grandi altezze non trovarono spiccata la prima rapida iperglobulia mentre ammettono che l'acclimatazione porti ad un reale aumento di emoglobina. Inoltre, malgrado le ricerche di Jaquet, quelle concordi di Weiss e di Abderhalden dimostrarono che non v'è se non un minimo aumento della emoglobina totale del sangue. Questo aumento essi a ragione non lo ritengono dovuto alla rapida apparente iperglobulia, ma deve essere ascritto al tardivo risveglio ematopoetico del midollo delle ossa.

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

B. SANTINI. *Vera posizione del centro di gravità terrestre di fronte al centro di figura.* Pres. dal Socio A. BETOCCHI.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente BLASERNA comunica che hanno inviato ringraziamenti all'Accademia per la loro recente elezione, i Soci nazionali: DALLA VEDOVA, DE STEFANI, FANO, MAFFUCCI e NACCARI; i Corrispondenti: FUSARI, PIZZETTI e STEFANI; i Soci stranieri: BECQUEREL, HILBERT, LYDEKKER, MARCHAND, SCHLOESING, SORAUER, VAN DER WAALS, WILSON, WUNDT.

Il Vicepresidente BLASERNA annuncia che alla Seduta assiste il Socio straniero JANSSEN: e questi, ringraziando l'Accademia dell'onore fattogli di ascriverlo tra i suoi membri, fa omaggio del suo libro: *Lectures académiques-Discours*.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario CERRUTI presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci: PIROTTA, D'OVIDIO E., HUGHES, BOUSSINESQ, FISCHER, HAECKEL, LANGLEY e LOCKYER. Fa inoltre particolare menzione dell'opera del prof. DE TONI: *Silloge Algarum. Florideae*; del vol. XIII dell'edizione nazionale, sotto gli auspici di S. M. il Re, delle *Opere di Galileo Galilei*; e della pubblicazione del dott. SCHROETER: *Untersuchungen von Sternen in der Zone 65°-70°*, dono dell'Osservatorio universitario di Christiania.

Il Socio DINI fa omaggio, a nome dell'autore, dell'opera del Corrispondente prof. G. A. MAGGI: *Principi di Stereodinamica*.

Il Socio VOLTERRA offre, a nome dell'autore prof. F. CALDARERA, il volume II della pubblicazione: *Corso di Meccanica razionale. Statica-Dinamica*.

CORRISPONDENZA

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Lucca; la R. Accademia di scienze e lettere di Copenaghen; le R. R. Accademie di scienze di Upsala e di Lisbona; la Società Reale e la R. Società astronomica di Londra; le Società geologiche di Amsterdam e di Tokio; la Società di scienze naturali di Emden; il Museo di storia naturale di Amburgo; la Società

degli ingegneri civili di Parigi; le Società geologiche di Washington, di Ottawa e di Sydney; gli Osservatorii di Cambridge, di Praga, di San Fernando e di Cambridge Mass.; il R. Istituto meteorologico di Budapest; l'Istituto Smithsonian di Washington; la Biblioteca Reale di Berlino.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta dell' 8 novembre 1903.

- Abbate Pacha.* — Les Canal Abbas II. Projet. Cairo, 1902. 8°.
- Id.* — Le reservoir d'Assouan et le projet du canal Abbas au point de vue sanitaire. Le Caire, 1902. 8°.
- Id.* — L'Eunuchisme. Notes physiologiques pour aider à son abolition complète. Cairo, 1903. 8°.
- Abderhalden E.* — Familiäre Cystindiathese. (Hoppe-Seyler's Zeitschrift für physiol. Chemie). Strasburg, 1903. 8°.
- Id.* — Zusammensetzung des Kochsalzsurrogates der Eingeborenen von Angoniland (Britisch-Centralafrika). Bonn, 1903. 8°.
- Id. und Bergell P.* — Der Abbau der Peptide im Organismus. (Hoppe-Seyler's Zeitschrift für physiol. Chemie). Strassburg, 1903. 8°.
- Id. Id.* — Ueber das Auftreten von Monoaminosäuren im Harn von Kaninchen nach Phosphorvergiftung. Strassburg, 1903. 8°.
- De Angelis d'Ossat Gioac.* — Les gisements pétrolifères en Italie. Bucarest, 1903. 8°.
- Arata N.* — Investigacion vinicola. Informes presentados al Ministro de Agricultura (Republica Argentina. Anales del Min. de Agr. T. I, n. 1). Buenos Aires, 1903.
- Arrigoni degli Oddi E.* — Materiali per una bibliografia ornitologica italiana. Venezia, 1903. 8°.
- Baldaccini G.* — Contributo alla storia fisica della valle spoletana e folignate (pianura umbra) in rapporto alla irrigazione. Foligno, 1903. 8°.
- Bashforth F.* — A historical sketch of the experimental Determination of the resistance of the air to the motion of projectiles. Cambridge, 1903. 8°.
- Berzelius I.* — Reseanteekningar. — Utgifna af Kungl. Svenska Vetenskapsakademien genom H. G. Söderbaum. Stockholm, s. a. 8°.
- Borredon E.* — La Luna è la calamita del mondo. Napoli, 1903. 8°.
- Boulanger E.* — Germination de l'Ascospore de la truffe. Rennes-Paris, 1903. 4°.
- Boussinesq J.* — Théorie analytique de la chaleur mise en harmonie avec la Thermodynamique et avec la théorie mecanique de la Lumière. (Cours de Phys. Math. de la Faculté des Sciences). Paris, 1903. 8°.

- Brédikhine Th.* — Études sur l'origine des météores cosmiques et la formation de leurs courants. St. Petersburg, 1903. 8°.
- Caldarera F.* — Corso di meccanica razionale. Vol. II, Statica-Dinamica, Fasc. II. Palermo, 1903. 8°.
- Carnazzi P.* — Influenza della pressione e della temperatura sul coefficiente di compressibilità del mercurio. Pisa, 1903. 8°.
- Cuboni G.* — Le leggi dell'Ibridismo secondo i recenti studi. Roma, 1903. 8°.
- Danesi G.* — Evoluzionismo? Ossia su la pretesa antitesi tra la scienza ed il soprannaturale. Siena, 1903. 8°.
- De Toni G. B.* — Sylloge algarum omnium hucusque cognitarum. Vol. IV, Floridæ, sectio III, familiae V-VI. Patavii, 1903. 8°.
- Diels O. und Abderhalden E.* — Ueber den Abbau des Cholesterins. Berlin, 1903. 8°.
- Doncieux L.* — Monographie géologique et paléontologique des Corbières orientales. (Ann. de l'Univ. de Lyon, Nouv. série, Sciences, Médecine, fasc. II). Lyon-Paris, 1903. 8°.
- Doppler Chr.* — Ueber das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels. Versuch einer das Bradley'sche Aberrations-Theorem als integrierenden Theil in sich schliessenden allgemeineren Theorie. Prag, 1902. 8°.
- Fischer E. und Abderhalden E.* — Ueber die Verdauung einiger Eiweisskörper durch Pankreasfermente. (Hoppe-Seyler's Zeitschrift für physiol. Chemie). Strassburg, 1903. 8°.
- Fritzsche H.* — Atlas des Erdmagnetismus für die Epochen 1600, 1700, 1780, 1842 und 1915. Nizza, 1903. 4°.
- Galilei Galileo.* — Le opere — Edizione nazionale. Vol. XIII. Firenze, 1903. 8°.
- Giazzi F.* — Descrizione d'una nuova meridiana e del modo di valersene per regolare l'orologio con pratica approssimazione a tempo medio del Meridiano dell'Europa centrale. Reggio nell'Emilia, 1903. 8°.
- Gimeno y Cabañas A.* — Discurso leído en la Universidad central en la solenne inauguracion del Curso academico de 1903 a 1904. Madrid, 1903. 8°.
- Haeckel E.* — Anthropologie. Erster Band: Keimesgeschichte des Menschen; Zweiter Band: Stammesgeschichte des Menschen, 5^a Aufl. Leipzig, 1903. 8°. Vol. 2.
- Haussmann K.* — Die erdmagnetischen Elemente von Württemberg und Hohenzollern. Stuttgart, 1903. 4°.
- Helmert F. R.* — Ueber die Reduction der auf der physischen Erdoberfläche beobachteten Schwerebeschleunigungen auf ein gemeinsames Niveau. Zweite Mitth. Berlin, 1903. 8°.

- Hugues L.* — Scritti geografici. — V. I risultati scientifici delle spedizioni polari artiche. Torino, 1903. 8°.
- Kalecsinszky (A. von)* — Die Mineralkohlen der Länder ungarischen Krone mit besonderer Rücksicht auf ihre chemische Zusammensetzung und praktische Wichtigkeit. Budapest, 1903. 8°.
- Janssen J.* — Lectures academiques. Discours. Paris, 1903. 8°.
- Landriani E.* — È dimostrabile l'assioma euclideo? Ancona, 1903.
- Langley S. P.* — Good seeing (with plate 7) (from the American Journal of science ecc.) febr. 1903. 8°.
- Id.* — The "Solar Constant" and related problems (from the Astrophysical Journal 1903). Chicago, 1903. 8°.
- Laouchewitch J.* — Solution mathématiquement exacte du problème historique de la division d'un angle pris à volonté en un nombre pris à volonté de parts égales.
- Largaioli V.* — Idracne del Trentino. — Quarto contributo allo studio delle Idracne italiane. Trento, 1903. 8°.
- Lebon E.* — Les travaux mathématiques au Congrès des sciences historiques à Rome, 1903. (L'enseignement mathématique. — Revue internationale ecc. Vème année, n. 5). Paris, 1903. 8°.
- Id.* — Sur le Mémoire présenté au Congrès international de sciences historiques (Mem. della Società degli spettroscopisti italiani). 1903. 4°.
- Lockyer W. J. S.* — On a probable relationship between the solar prominences and corona (from the Monthly Notices of the R. Astr. Society). London, 1903.
- Longo B.* — Appunti sulla vegetazione di alcune località di Calabria Citeriore (Annali di Botanica). Roma, 1903. 8°.
- Id.* — Sul *Pinus nigricans* Host (Annali di Botanica). Roma, 1903. 8°.
- Lussana S.* — Proprietà termiche dei solidi e dei liquidi. Pisa, 1902. 8°.
- Maggi A. G.* — Principi della Stereodinamica. — Corso sulla Formazione, l'Interpretazione e l'Integrazione delle equazioni del movimento dei solidi. Milano, 1903. 8°.
- Maiocchi G.* — Una linea punteggiata. — Costruzioni geometriche semplici delle equazioni di terzo grado colla linea retta e col circolo. — Moltiplicazione del cubo. — Trisezione dell'angolo. Milano, 1903. 8°.
- Mathias E.* — Le point critique des corps purs. Paris, 1904. 8°.
- Mazzini G.* — La terapia endovenosa nell'afte epizootica, secondo il metodo dell'onor. prof. Guido Baccelli. Torino, 1903. 8°.
- Millosevich Fed.* — Alcune osservazioni sopra l'anglesite verde di Montecchio (Sardegna). Padova, 1903. 8°.
- Id.* — Di una rimarchevole combinazione osservata nei cristalli di celestina della solfara Cà Bernardi presso Bellisio. Padova, 1903. 8°.
- Myrian A.* — Le système de Newton est faux. Tulle, 1903. 8°.

- Nijland A. A.* — Total Eclipse of the Sun, May 18, 1901. Report on the Dutch Expedition to Karang Sago, Sumatra. Amsterdam, s. a. 8°.
- Observations météorologiques faites au Champ-de-l'Air. Tableaux mensuels. Année 1902. 8°.
- Observatoire de Paris. Catalogue — Étoiles observées aux instruments méridiens de 1839 à 1881. Paris, 1902. 4°.
- Observatoire de Paris. Catalogue photographique du Ciel. — Coordonnées rectilignes. Tome I. Paris, 1902. 4°.
- Observatoire de Paris. Catalogue. — Positions observées des Étoiles, 1837-1881. Tome IV. Paris, 1902. 4°.
- D') Ovidio Enrico.* — Luigi Cremona. Cenni necrologici. (Accad. Reale delle Scienze di Torino...). Torino, 1903. 8°.
- Pasquale M.* — Revisione dei Selaciani fossili dell'Italia meridionale. Napoli, 1903. 4°.
- Passerini N.* — Prove di fecondazione incrociata sul frumento, eseguite presso l'Istituto agrario di Scandicci (Firenze). Pisa, 1903. 8°.
- Id.* — Sopra le valutazioni della energia calorifica immagazzinata dai vegetali. Pisa, 1903. 8°.
- Pavan A., Belardinelli L. e Ceschelli I.* — Relazione della escursione scientifica fatta dagli studenti laureandi della R. Scuola Superiore di Medicina Veterinaria di Torino, 2-5 aprile 1903. Torino, 1903. 8°.
- Petraroja Lud.* — Le arterie lobari del rene ed i sistemi arteriosi da esse forniti. Napoli, 1903. 8°.
- Id.* — Le arterie raggiate del rene ed i sistemi arteriosi da esse forniti. Napoli, 1903. 8°.
- Id.* — Le arterie sapiramidali del rene ed i sistemi arteriosi da esse forniti. Napoli, 1903. 8°.
- Pflüger E.* — Ueber die jungfräuliche Zeugung der Bienen. Bonn, 1903. 8°.
- Pirotta B.* — Un altro erbario di Liberato Sabbati (Annali di Botanica). Roma, 1903. 8°.
- Pitzorno M.* — Contributo allo studio delle fibre arciformi esterne anteriori nella Medulla oblongata dell'uomo (Ist. anat. della R. Università di Sassari). Sassari, 1903. 8°.
- Id.* — Ricerche di morfologia comparata sopra le arterie succlavia ed ascellare (dall'Archivio di Anat. e di Embriol.). Firenze, 1903. 8°.
- Id.* — Risposta alle Note critiche fatta dal dott. G. Sterzi alla mia Nota: Di alcune particolarità sopra la fine vascolarizzazione della « Medulla spinalis » (estr. dal Monit. Zool. Italiano). Firenze, 1903, 8°.
- Roccati Alessandro.* — Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso (Valle della Meris e Rocca Val Miana). Torino, 1903. 8°.
- Id.* — Ricerche petrografiche sulle Valli del Gesso (Valle del Sabbione). Torino, 1903. 8°.

- Salmoiraghi F.* — Osservazioni mineralogiche sul calcare miocenico di S. Marino (M. Titano), con riferimento all'ipotesi dell'Adria ed alla provenienza delle sabbie adriatiche. Milano, 1903. 8°.
- Schroeter I. F.* — Untersuchung über die Eigenbewegung von Sternen in der Zone 65°-70°, nördlicher Declination. Christiania, s. a. 4°.
- Sorauer P.* — Ueber Frostbeschädigungen am Getreide und damit in Verbindung stehende Pilzkrankheiten (Zeitschrift für wissensch. Landwirtschaft und Archiv des Kön. Preuss. Landes-Oekonomie Kollegiums). Berlin, 1903. 8°.
- De) Toni G. B.* — La biologia in Leonardo da Vinci. Discorso. Venezia, 1903, 8°.
- Valenti G.* — Sopra il significato delle *Apo fisi laterali* delle vertebre lombari delle *Masse laterali dell'osso sacro*. Bologna, 1903. 4°.
- Volante A.* — Sintesi della campagna nazionale contro il mal tempo. Torino, 1903. 8°.
- Wadsworth F. L. O.* — On the effect of absorption on the resolving power of prism trains and on methods of mechanically compensating this effect. (Miscellaneous scient. Papers of the Allegheny Observ. N. S. n. 11). London, s. a. 8°.
- The) Wellcome Physiological Research Laboratories. Fasc. S. I. e senza data. 8°.
- Wernicke Alex.* — Ad. Wernickes Lehrbuch der Mechanik in elementarer Darstellung mit Unwendungen und Uebungen aus den Gebieten der Physik und Technik. In zwei Teilen. Erster Teil. Braunschweig, 1903. 8°.
- Wolfer A.* — Astronomische Mitteilungen gegründet von Dr. Rudolf Wolf. Nr. XCIV. Zürich, 1903. 8°.
- Id.* — Ueber den Inhalt der Nr. 91-93 der "Astronom. Mitteilungen" (mit einer Tafel) (Abdruck aus den Astr. Nachr. Nr. 3872-73. Mai 1903. 4°.

V. C.

